Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số $\{0,1,2,3,4,5,6\}$. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập A. Tìm xác suất để phần tử đó là một số không chia hết cho 5.

LỜI GIẢI

Gọi $n=\overline{abcde},(a\neq 0)$ là số có 5 chữ số khác nhau. a có 6 cách chọn, mỗi cách sắp xếp b,c,d,e là một chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử (giải thích : bỏ một chữ số a đã chọn). Vậy có $6.A_6^4=2160$ số có 5 chữ số khác nhau. Suy ra số phần tử của A là 2160.

Gọi $n_1=\overline{abcde},(a\neq 0)$ là phần tử thuộc tập A và chia hết cho 5. Có hai trừng hợp xảy ra :

Trường hợp 1 : $e=0$, mỗi cách sắp xếp a,b,c,d là một chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử. Vậy có A_6^4 số tận cùng bằng 0.

Trường hợp 2 : $e=5$, a có 5 cách chọn (bỏ hai chữ số 0 và 5). Mỗi cách sắp xếp b,c,d là một chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử. Vậy có $5.A_5^3$ số tận cùng bằng 5.

Suy ra có $A_6^4+5.A_5^3=660$ số thuộc tập A mà chia hết cho 5. Vậy có $2160-660=1500$ số không chia hết cho 5.

Gọi X là biến cố ''Chọn một số thuộc tập A và không chia hết cho 5''. Số trường hợp thuận lợi cho X là $n(X)=C_{1500}^1$.

Xác suất cần tìm : $P(X)=\dfrac{n(X)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_{1500}^1}{C_{2160}^1}=\dfrac{25}{36}$.

Một nhóm học sinh gồm 9 em trong đó có 3 nữ, được chia thành 3 tổ đều nhau. Tính xác suất để mỗi tổ có 1 nữ.

LỜI GIẢI

Chia đều 9 học sinh thành ba tổ. Đầu tiên chọn 3 em trong 9 em để vào tổ thứ nhất, có C_9^3 cách. Tiếp đến chọn 3 em trong 6 em còn lại vào tổ thứ hai, có C_6^3 cách. Cối cùng 3 em còn lại vào tổ thứ ba có 1 cách.

Theo quy tắc nhân có $C_9^3.C_6^3.1=1680$ cách. Vậy không gian mẫu $n(\Omega)=1680$.

Gọi biến cố A ''Chia ba tổ đều nhau và mỗi tổ có 1 nữ''. Số trường hợp thuận lợi cho A là $n(A)=3!.C_6^2.C_4^2.C_2^2=540$.

Xác suất cần tìm $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{540}{1680}=\dfrac{9}{28}$.

Trong một hộp có 50 viên bi được đánh số từ 1 đến 50, chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp. Tính xác suất để tổng ba số trên ba viên bi được chọn là một số chia hết cho 3.

LỜI GIẢI

Chọn 3 viên bi trong 50 viên bi có C_{50}^3 cách. Vậy không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{50}^3$

Gọi A là biến cố '' Tổng ba số trên ba viên bi được chọn là một số chia hết cho 3''.

Trong 50 viên bi được chia thành ba loại : Gồm 16 viên bi có số chia hết cho 3; 17 viên bi có số chia cho 3 dư 1 và 17 viên bi còn lại có số chia cho 3 dư 2.

Để tìm số cách chọn 3 viên bi có tổng số là một số chia hết cho 3, ta xét hai trường hợp :

Trường hợp 1: 3 viên bi được chọn cùng một loại, có $\left(C_{16}^3+C_{17}^3+C_{17}^3\right)$ cách.

Trường hợp 2: 3 viên bi được chọn có mỗi viên mỗi loại, có $C_{16}^1.C_{17}^1.C_{17}^1$ cách.

Suy ra $n(A)=\left(C_{16}^3+C_{17}^3+C_{17}^3\right)+C_{16}^1.C_{17}^1.C_{17}^1=6544$ cách.

Xác suất cần tìm $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{6544}{C_{50}^{3}}=\dfrac{409}{1225}$

Có 40 tấm thẻ đánh số thứ tự từ 1 đến 40. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có đúng một thẻ mang số chia hết cho 6.

LỜI GIẢI

Chọn 10 tấm thẻ trong 40 tấm thẻ có C_{40}^{10} cách. Vậy không gian mẫu $n(\Omega)=C_{40}^{10}$

Từ 1 đến 40 có tất cả 20 số chẵn và 20 số lẻ. Số cách chọn 5 tấm thẻ mang số lẻ là C_{20}^{5} cách.

Trong 20 số chẵn trên có đúng 6 số chia hết cho 6 là {6, 12, 18, 24, 30, 36}, nên chọn 1 tấm thẻ chia hết cho 6 có C_6^1 cách (hiển nhiên tấm thẻ này mang số chẵn), sau đó chọn 4 thẻ mang số chẵn trong 14 tấm thẻ còn lại có C_{14}^{4} cách.

Gọi biến cố A ‘’ Chọn được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có đúng một thẻ mang số chia hết cho 6’’. Số trường hợp thuận lợi cho A là $n(A)=C_{20}^{5}.C_6^1.C_{14}^{4}$. Xác suất cần tìm

$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_{20}^{5}.C_6^1.C_{14}^{4}}{C_{40}^{10}}=\dfrac{126}{1147}$

Một hộp đựng 5 bi đỏ, 6 bi xanh và 7 bi trắng. Chọn ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp đó. a). Tính xác suất để được 6 bi cùng màu. b). Tính xác suất để được 6 bi có cả ba màu đồng thời hiệu của số bi xanh và bi đỏ, hiệu của số bi trắng và số bi xanh, hiệu của số bi đỏ và số bi trắng theo thứ tự là 3 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng.

LỜI GIẢI

Chọn ngẫu nhiên 6 viên bi trong 18 viên bi có C_{18}^{6} cách. Không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{18}^{6}$ phần tử.

a). Gọi biến cố A ‘’Chọn được 6 viên bi cùng màu ‘’. Các trường hợp thuận lợi cho A là :

Trường hợp 1 : Chọn được 6 bi màu xanh có C_6^6 cách.

Trường hợp 2 : Chọn được 6 bi màu trắng có C_7^6 cách.

Số trường hợp thuận lợi cho A là $n(A)=C_6^6+C_7^6=8$ cách.

Xác suất cần tìm $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{8}{C_{18}^{6}}=\dfrac{2}{4641}$.

b). Gọi x, y, z lần lượt là số bi xanh, bi đỏ và bi trắng được lấy. Theo đề bài có

$x-y=z-x=y-z\Leftrightarrow\dfrac{x-y}{1}=\dfrac{z-x}{1}=\dfrac{y-z}{1}=\dfrac{x-y+z-x+y-z}{3}=0\Rightarrow x=y=z$.

Suy ra biến cố B ‘’Chọn được 6 viên bi có cả ba màu và số bi mỗi màu bằng nhau’’. Số trường hợp thuận lợi cho B là $n(B)=C_5^2.C_6^2.C_7^2$

Xác suất cần tìm $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_5^2.C_6^2.C_7^2}{C_{18}^{6}}=\dfrac{75}{442}$

Có 12 số tự nhiên khác nhau trong đó có 5 số chẵn và 7 số lẻ, chọn ngẫu nhiên 3 số. Tính xác suất để tổng 3 số được chọn là số chẵn.

LỜI GIẢI

Chọn ngẫu nhiên 3 số trong 12 số tự nhiên có C_{12}^{3} cách. Vậy $n(\Omega)=C_{12}^{3}$

Gọi biến cố A “Chọn được 3 số tự nhiên thỏa tổng của chúng là một số chẵn”. Có các trường hợp sau thuận lợi cho A:

Trường hợp 1: Chọn được cả ba số tự nhiên chẵn có C_5^3 cách.

Trường hợp 2: Chọn được hai số tự nhiên lẻ và một số tự nhiên chẵn có $C_7^2.C_5^1$ cách.

Số thuận lợi cho A là $n(A) = C_5^3 + C_7^2.C_5^1 = 115$ cách.

Xác suất cần tìm $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{115}{C_{12}^3} = \dfrac{23}{44}$.

Trên giá sách có 5 quyển sách toán học, 4 quyển Vật lý và 3 quyển Hóa học. Lấy ngẫu nhiên 4 quyển. Tính xác suất sao cho: a). 4 quyển lấy ra có ít nhất 1 quyển toán học. b). 4 quyển lấy ra có đúng 2 quyển vật lý.

LỜI GIẢI

Chọn 4 quyển sách bất kỳ trong 12 quyển sách có C_{12}^4 cách.

a). Biến cố A "4 quyển sách được chọn phải có ít nhất một quyển toán". Suy ra biến cố $\overline{A}$ "4 quyển sách được chọn không có sách toán" có nghĩa 4 quyển sách được chọn chỉ có Vật lý và Hóa học có C_7^4 cách. Số trường hợp thuận lợi cho $\overline{A}$ là $n(\overline{A}) = C_7^4$. Vì A và $\overline{A}$ là hai biến cố đối nên:

$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \dfrac{C_7^4}{C_{12}^4} = \dfrac{92}{99}$.

b). Biến cố B "4 quyển được lấy ra có đúng 2 quyển vật lý" có nghĩa lấy được 2 quyển Vật lý và 2 quyển còn lại thuộc hai môn còn lại. Số trường hợp thuận lợi cho B là $n(B) = C_4^2.C_8^2$. Xác suất cần tìm là

$P(B) = \dfrac{n(B)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_4^2.C_8^2}{C_{12}^4} = \dfrac{56}{165}$.

Trên một giá sách có các quyển sách về ba môn học là Toán, Vật lý và Hoá học, gồm 4 quyển sách Toán, 5 quyển sách Vật lý và 3 quyển sách Hoá học. Lấy ngẫu nhiên ra 3 quyển sách. Tính xác suất để: a). Trong 3 quyển sách lấy ra, có ít nhất một quyển sách Toán. b). Trong 3 quyển sách lấy ra, chỉ có hai loại sách về hai môn học.

LỜI GIẢI

a). A là biến cố "Trong 3 quyển sách lấy ra, có ít nhất một quyển sách Toán".

$\overline{A}$ là biến cố "Trong 3 quyển sách lấy ra, không có quyển sách Toán nào". Số trường hợp thuận lợi cho $\overline{A}$ là $n(\overline{A}) = C_8^4$ cách. Dễ thấy A và $\overline{A}$ là hai biến cố đối nên $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \dfrac{C_8^3}{C_{12}^3} = 1 - \dfrac{14}{55} = \dfrac{41}{55}$.

b). Gọi B là biến cố "Trong 3 quyển sách lấy ra, có đúng hai loại sách về hai môn học". Số trường hợp thuận lợi cho B là :

$n(B) = C_4^1C_5^2 + C_4^2C_5^1 + C_4^1C_3^2 + C_4^2C_3^1 + C_5^2C_3^1 + C_5^1C_3^2 = 145$

Xác suất cần tìm: $P(B) = \dfrac{145}{C_{12}^3} = \dfrac{29}{44}$.