

BÀI 4 : BIẾN CỐ VÀ XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

1. Biến cố

Phép thử ngẫu nhiên (gọi tắt là phép thử) là một thí nghiệm hay một hành động mà :

- Kết quả của nó không đoán trước được ;
- Có thể xác định được tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử đó.

Phép thử thường được kí hiệu bởi chữ T.

Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử được gọi là không gian mẫu của phép thử và được kí hiệu bởi chữ Ω (đọc là ô-mê-ga)

Biến cố A liên quan đến phép thử T là biến cố mà việc xảy ra hay không xảy ra của A tùy thuộc vào kết quả của T.

Mỗi kết quả của phép thử T làm cho A xảy ra, được gọi là một kết quả thuận lợi cho A.

Tập hợp các kết quả thuận lợi cho A được kí hiệu là Ω_A . Khi đó người ta nói biến cố A được mô tả bởi tập Ω_A .

2. Xác suất của biến cố

Giả sử phép thử T có không gian mẫu Ω là một tập hữu hạn và các kết quả của T là đồng khả năng. Nếu A là một biến cố liên quan với phép thử T và Ω_A là một tập hợp các kết quả thuận lợi cho A thì xác suất của A là một số, kí hiệu là $P(A)$, được xác định bởi công thức :

$$P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{n(A)}{n(\Omega)}.$$

Từ định nghĩa trên ta suy ra

- $0 \leq P(A) \leq 1$;
- $P(\Omega) = 1, P(\emptyset) = 0$.

BÀI 5 : CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

1. Quy tắc công xác suất

a. Biến cố hợp

Cho hai biến cố A và B. Biến cố "A hoặc B xảy ra", kí hiệu là $A \cup B$, được gọi là hợp của hai biến cố A và B.

Tổng quát :

Cho k biến cố A_1, A_2, \dots, A_k . Biến cố "Có ít nhất một trong các biến cố A_1, A_2, \dots, A_k xảy ra", kí hiệu là $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k$, được gọi là hợp của k biến cố đó.

b. Biến cố xung khắc

Cho hai biến cố A và B. Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu biến cố này xảy ra thì biến cố kia không xảy ra.

Hai biến cố A và B là hai biến cố xung khắc nếu và chỉ nếu $\Omega_A \cap \Omega_B = \emptyset$.

c. Quy tắc cộng xác suất

Nếu hai biến cố A và B xung khắc thì xác suất để A hoặc B xảy ra là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Cho k biến cố A_1, A_2, \dots, A_k đôi một xung khắc. Khi đó

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_k)$$

d. Biến cố đối

Cho A là một biến cố. Khi đó biến cố "Không xảy ra A", kí hiệu là \bar{A} , được gọi là biến cố đối của A.

Cho biến cố A. Xác suất của biến cố đối \bar{A} là $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

2. Quy tắc nhân xác suất

a. Biến cố giao

Cho hai biến cố A và B. Biến cố "Cả A và B cùng xảy ra", kí hiệu là AB, được gọi là giao của hai biến cố A và B.

Tổng quát :

Cho k biến cố A_1, A_2, \dots, A_k . Biến cố "Tất cả k biến cố A_1, A_2, \dots, A_k đều xảy ra", kí hiệu là $A_1 A_2 \dots A_k$, được gọi là giao của k biến cố đó.

b. Biến cố độc lập

Hai biến cố A và B được gọi là độc lập với nhau nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.

Tổng quát :

Cho k biến cố A_1, A_2, \dots, A_k ; k biến cố này được gọi là độc lập với nhau nếu việc xảy ra hay không xảy ra của mỗi biến cố không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của các biến cố còn lại.

c. Quy tắc nhân xác suất

Nếu hai biến cố A và B độc lập với nhau thì

$$P(AB) = P(A).P(B)$$

Quy tắc nhân xác suất cho nhiều biến cố được phát biểu như sau:

$$P(A_1 A_2 \dots A_k) = P(A_1)P(A_2) \dots P(A_k)$$

BÀI TẬP

1. Gieo một đồng tiền cân đối ba lần và quan sát sự xuất hiện mặt sấp (S), mặt ngửa (N).

a). Xây dựng không gian mẫu.

b). Xác định các biến cố:

A: "Lần gieo đầu tiên xuất hiện mặt sấp".

B: "Ba lần xuất hiện các mặt như nhau".

C: "Đúng hai lần xuất hiện mặt sấp".

D: "Ít nhất một lần xuất hiện mặt sấp".

LỜI GIẢI

a). Không gian mẫu : $\Omega = \{SSS, SSN, SNS, NSS, SNN, NSN, NNS, NNN\}$.

b). Biến cố A: "Lần gieo đầu tiên xuất hiện mặt sấp".

$$A = \{SSS, SSN, SNS, SNN\}$$

Biến cố B: "Ba lần xuất hiện các mặt như nhau". $B = \{SSS, NNN\}$

Biến cố C: "Đúng hai lần xuất hiện mặt sấp". $B = \{SSN, SNS, NSS\}$

Biến cố D: "Ít nhất một lần xuất hiện mặt sấp".

$$D = \{SSS, SSN, SNS, NSS, SNN, NSN, NNS\} = \Omega \setminus \{NNN\}$$

2. Gieo một đồng tiền liên tiếp cho đến khi lần đầu tiên xuất hiện mặt sấp (S), hoặc cả bốn lần ngửa (N) thì dừng lại.

a). Mô tả không gian mẫu.

b). Xác định các biến cố:

A: "Số lần gieo không vượt quá ba". B: "Số lần gieo là bốn".

LỜI GIẢI

a). Mô tả không gian mẫu. $\Omega = \{S, NS, NNS, NNNS, NNNN\}$

b). Biến cố A: "Số lần gieo không vượt quá ba". $A = \{S, NS, NNS\}$

Biến cố B: "Số lần gieo là bốn". $B = \{NNNS, NNNN\}$

5. Gieo hai đồng xu cân đối một cách độc lập. Tính xác suất để :

a. Cả hai đồng xu đều sấp. b. Có ít nhất một đồng xu sấp.

c. Có đúng một đồng xu ngửa.

LỜI GIẢI

Ta có không gian mẫu là : $\Omega = \{(S;S);(S;N);(N;S);(N;N)\}$.

Đặt A, B, C là các biến cố được mô tả theo thứ tự ở các câu a, b, c. Ta có :

$$A = \{(S;S)\}$$

$$B = \{(S;S);(S;N);(N;S)\}$$

$$C = \{(N;S);(S;N)\}$$

Vậy ta tính được các xác suất sau :

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{1}{4} ; P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{3}{4} ; P(C) = \frac{|C|}{|\Omega|} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} .$$

6. Gieo hai đồng xu A và B một cách độc lập. Đồng xu A chế tạo cân đối. Đồng xu B chế tạo không cân đối nên xác suất xuất hiện mặt sấp gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa. Tính xác suất để :

a). Khi gieo 2 đồng xu một lần thì cả hai đều ngửa.

b). Khi gieo 2 lần thì 2 lần cả hai đồng xu đều lật ngửa.

LỜI GIẢI

a). Gọi X là biến cố " Đồng xu A xuất hiện mặt ngửa ".

Gọi Y là biến cố " Đồng xu B xuất hiện mặt ngửa ".

Vì đồng xu A chế tạo cân đối nên $P(X) = \frac{1}{2}$.

Theo giả thuyết thì xác suất xuất hiện mặt sấp của đồng xu B gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa do

đó $P(Y) = \frac{1}{4}$.

Biến cố cần tính cả hai đồng xu đều xuất hiện mặt ngửa là XY. Vì X, Y là hai biến cố độc lập nên

$$P(XY) = P(X).P(Y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}.$$

b). Xác suất để trong một lần gieo cả hai đồng xu đều ngửa là $\frac{1}{8}$. Suy ra xác suất khi gieo hai lần thì

cả hai lần hai đồng xu đều ngửa là $\left(\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{1}{64}$.

hoc360.net