

Câu 1: Định m để các phương trình sau có nghiệm:

- a). $(m-1)\sin x - (m+1)\cos x = m+3$ b). $\cos^2 x - \sin x \cos x - 2\sin^2 x = m$
c). $m(\sin x + \cos x) + \cos x - 1 = 0$ d). $(\sin x + 2\cos x + 3)m = 1 + \cos x$
e). $(3m+4)\cos 2x + (4m-3)\sin 2x + 13m = 0$

LỜI GIẢI

a). $(m-1)\sin x - (m+1)\cos x = m+3$ (1)

Ta có $a = m-1, b = m+1, c = m+3$

Điều kiện để phương trình có nghiệm $a^2 + b^2 \geq c^2 \Leftrightarrow (m-1)^2 + (m+1)^2 \geq (m+3)^2$

$\Leftrightarrow m^2 - 6m - 7 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq -1 \vee m \geq 7$

Kết luận với $m \in (-\infty; -1] \cup [7; +\infty)$ thì phương trình (1) có nghiệm

b). $\cos^2 x - \sin x \cos x - 2\sin^2 x = m$ (1)

(1) $\Leftrightarrow \frac{1+\cos 2x}{2} - \frac{1}{2}\sin 2x - 2\frac{1-\cos 2x}{2} = m \Leftrightarrow 3\cos 2x - \sin 2x = 2m - 1$

Ta có $a = 3, b = 1, c = 2m - 1$

Điều kiện để phương trình có nghiệm: $a^2 + b^2 \geq c^2$

$\Leftrightarrow (2m-1)^2 \leq 10 \Leftrightarrow -\sqrt{10} \leq 2m-1 \leq \sqrt{10} \Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{10}}{2} \leq m \leq \frac{1+\sqrt{10}}{2}$

Kết luận vậy $m \in \left[\frac{1-\sqrt{10}}{2}; \frac{1+\sqrt{10}}{2} \right]$ thì phương trình (1) có nghiệm.

c). $m(\sin x + \cos x) + \cos x - 1 = 0$ (1)

(1) $\Leftrightarrow m \sin x + (m+1)\cos x = 1$

Điều kiện để phương trình có nghiệm: $a^2 + b^2 \geq c^2$

$m^2 + (m+1)^2 \geq 1 \Leftrightarrow m^2 + m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq -1 \vee m \geq 0$

Kết luận với $m \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$ thì phương trình (1) có nghiệm.

d). $(\sin x + 2\cos x + 3)m = 1 + \cos x \Leftrightarrow m \sin x + (2m-1)\cos x = 1 - 3m$ (1)

Ta có $a = m, b = (2m-1), c = 1-3m$.

Điều kiện để phương trình có nghiệm: $a^2 + b^2 \geq c^2$.

$$\Leftrightarrow m^2 + (2m - 1)^2 \geq (1 - 3m)^2 \Leftrightarrow 2m^2 - m \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq \frac{1}{2}.$$

Kết luận với $m \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$ thì phương trình (1) có nghiệm.

e). $(3m + 4)\cos 2x + (4m - 3)\sin 2x + 13m = 0$

Ta có $a = 3m + 4$, $b = 4m - 3$, $c = -13m$.

Điều kiện để phương trình có nghiệm: $a^2 + b^2 \geq c^2$.

$$(3m + 4)^2 + (4m - 3)^2 \geq (-13m)^2 \Leftrightarrow 144m^2 \leq 25 \Leftrightarrow -\frac{5}{12} \leq m \leq \frac{5}{12}$$

Kết luận với $m \in \left[-\frac{5}{12}; \frac{5}{12}\right]$ thì phương trình (1) có nghiệm.