

## PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CÓ CÁCH GIẢI ĐẶC BIỆT

Giải các phương trình sau:

1).  $\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x + \cos 5x = -\frac{1}{2}$

2).  $4 \sin 3x \cos 2x = 1 + 6 \sin x - 8 \sin^3 x$

3).  $\cos x \cos 2x \cos 4x \cos 8x = \frac{1}{16}$

4).  $\sin^3 \left( x + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \sin x \quad (1)$

5).  $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{7}{8} \cot \left( x + \frac{\pi}{3} \right) \cot \left( \frac{\pi}{6} - x \right)$

6).  $\tan \left( x + \frac{\pi}{3} \right) \tan \left( x - \frac{\pi}{6} \right) \sin 3x = \sin x + \sin 2x$

7).  $\sin \left( 3x - \frac{\pi}{4} \right) = \sin 2x \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right)$

8).  $8 \cos^3 \left( x + \frac{\pi}{3} \right) = \cos 3x$

9).  $\sqrt{2} \sin^3 \left( x + \frac{\pi}{4} \right) = 2 \sin x$

10).  $\cos \frac{4}{3} x = \cos^2 x$

### LỜI GIẢI

1).  $\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x + \cos 5x = -\frac{1}{2} \quad (*)$

Ta thấy  $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = m\pi, m \in \mathbb{Z}$  không phải là nghiệm của  $(*)$

Nhân hai vế của phương trình  $(*)$  cho  $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq m\pi, m \in \mathbb{Z}$ , được:

$$\sin x (\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x + \cos 5x) = -\frac{1}{2} \sin x$$

$$\Leftrightarrow \sin x \cos x + \sin x \cos 2x + \sin x \cos 3x + \sin x \cos 4x + \sin x \cos 5x = -\frac{1}{2} \sin x$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x - \sin x + \sin 3x - \sin 2x + \sin 4x - \sin 3x + \sin 5x - \sin 4x + \sin 6x = -\sin x$$

$$\Leftrightarrow \sin 5x + \sin 6x = 0 \Leftrightarrow \sin 6x = \sin(-5x) \Leftrightarrow x = \frac{k2\pi}{11} \vee x = \pi + h2\pi, k, h \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} \frac{k2\pi}{11} \neq m\pi \\ \pi + h2\pi \neq n\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq \frac{11m}{2} \\ h \neq \frac{n-1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 11m' \\ h \neq n' \end{cases} \text{ với } m' = 2m, n' = 2n+1 \text{ và } m, n, m', n' \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Kết luận nghiệm phương trình } x = \frac{k2\pi}{11}, x = \pi + h2\pi; k \neq 11m', h \neq n', k, h \in \mathbb{Z}$$

$$2). 4 \sin 3x \cos 2x = 1 + 6 \sin x - 8 \sin^3 x \quad (*)$$

$$\Leftrightarrow 4 \sin 3x \cdot \cos 2x = 1 + 2(3 \sin x - 4 \sin^3 x)$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin x + 2 \sin 5x = 1 + 2 \sin 3x$$

$$\text{Ta thấy } \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + m\pi, m \in \mathbb{Z} \text{ không phải là nghiệm của } (*)$$

$$\text{Nhân hai vế của phương trình } (*) \text{ cho } \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + m\pi, m \in \mathbb{Z}, \text{ được:}$$

$$\Leftrightarrow (2 \sin x + 2 \sin 5x) \cos x = (1 + 2 \sin 3x) \cos x$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x + \sin 4x + \sin 6x = \cos x + \sin 2x + \sin 4x$$

$$\sin 6x = \cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7} \text{ hoặc } x = \frac{\pi}{10} + \frac{h2\pi}{5}; k, h \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} \frac{\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7} \neq \frac{\pi}{2} + m\pi \\ \frac{\pi}{10} + \frac{h2\pi}{5} \neq \frac{\pi}{2} + n\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq \frac{3+7m}{2} \\ h \neq \frac{2+5n}{2} \end{cases} \text{ với } m \text{ là số nguyên lẻ, và } n \text{ là số nguyên chẵn.}$$

$$3). \cos x \cos 2x \cos 4x \cos 8x = \frac{1}{16} \quad (*)$$

$$\text{Ta thấy } \sin x = 0 \Leftrightarrow x = m\pi, m \in \mathbb{Z} \text{ không phải là nghiệm của } (*)$$

$$\text{Nhân hai vế của phương trình } (*) \text{ cho } \sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq m\pi, m \in \mathbb{Z}, \text{ được:}$$

$$16 \sin x \cos x \cos 2x \cos 4x \cos 8x = \sin x$$

$$\Leftrightarrow 8 \sin 2x \cos 2x \cos 4x \cos 8x = \sin x$$

$$\Leftrightarrow 4 \sin 4x \cos 4x \cos 8x = \sin x \Leftrightarrow 2 \sin 8x \cos 8x = \sin x \Leftrightarrow \sin 16x = \sin x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{k2\pi}{15} \vee x = \frac{\pi}{17} + \frac{h2\pi}{17}; k, h \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} \frac{k2\pi}{15} \neq m\pi \\ \frac{\pi}{17} + \frac{h2\pi}{17} \neq n\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq \frac{15m}{2} \\ h \neq \frac{17n-1}{2} \end{cases} \text{ với } m \text{ là số nguyên chẵn và } n \text{ là số}$$

nguyên lẻ.

hoc360.net