HƯỚNG DẪN GIẢI.

Bài toán 1. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI .

Bài 1

1. Đường thẳng d_1 có $\overrightarrow{u_1}=(2;-1;-2)$ là VTCP, đường thẳng d_2 có $\overrightarrow{u_2}=(-2;1;3)$ là VTCP.

Vì hệ phương trình : $\begin{cases}1+2t=-1-2t'\\3-t=1+t'\\-2t=-2+3t'\end{cases}$ vô nghiệm và $\overrightarrow{u_1}\neq k\overrightarrow{u_2}$ nên ta có hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau.

2. Xét hệ phương trình $\begin{cases}1+t=-3+3t'\\2-2t=5-t'\\3+2t=-6+t'\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-1\\t'=1\end{cases}$

Do đó hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau tại $A(0;4;-5)$.

3. Ta viết lại phương trình đường thẳng d_2 : $\dfrac{x+\frac{1}{2}}{\frac{-1}{2}}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$

Đường thẳng d_1 có $\overrightarrow{u_1}=(1;-2;2)$ là VTCP, đường thẳng d_2 có $\overrightarrow{u_2}=(-\frac{1}{2};1;-1)$ là VTCP. Ta có $\overrightarrow{u_1}=-2\overrightarrow{u_2}$ và $A(1;-2;-1)\in d_1$ nhưng $A\notin d_2$s

Vậy hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau.

Bài 2

1. Ta có $\overrightarrow{u_1}(-1;\ 3;\ -2),\overrightarrow{u_2}(0;\ 0;\ 5)$ không cùng phương nên hai đường thẳng hoặc cắt nhau, hoặc chéo nhau.

Hệ phương trình tương giao $\begin{cases}-t=0\\3t=9\\-1-2t=5+5u\end{cases}$ vô nghiệm, nên hai đường thẳng chéo nhau.

Góc giữa hai đường thẳng

$$\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\left|\cos(\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2})\right|=\frac{\left|\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}\right|}{\left|\overrightarrow{u_1}\right|.\left|\overrightarrow{u_2}\right|}=\frac{10}{\sqrt{14}.5}=\frac{2}{\sqrt{14}}$$

$$\Rightarrow(\Delta_1,\Delta_2)=\arccos\left(\frac{2}{\sqrt{14}}\right)\approx 57,69^0$$

2. Ta có $\overrightarrow{u_{\Delta_2}}=\left[\overrightarrow{n_{\alpha_1}},\overrightarrow{n_{\alpha_2}}\right]=(1;-4;-3)=\overrightarrow{u_{\Delta_1}}$ nên hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

Vì điểm $M(0;-3;-3)\in\Delta_1$ nhưng $M\notin\Delta_2$ nên hai đường thẳng này song song.

Góc giữa hai đường thẳng $(\Delta_1,\Delta_2)=0^0$.

Bài 3

1. Ta có $\vec{u}=(8;2;3)$ là VTCP của d, $\vec{n}=(1;2;-4)$ là VTPT của (α)

Do $\vec{u}.\vec{n}=0$ và điểm $N(13;1;4)\in d$ đồng thời $N\in(\alpha)$ nên suy ra $d\subset(\alpha)$.

2. Ta có $\overrightarrow{u_d}=(8;2;3)$, $\overrightarrow{n_\alpha}=(1;2;-4)\Rightarrow\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_\alpha}=0$ và điểm $M(13;1;4)\in d$ đồng thời $M\in(\alpha)\Rightarrow d\subset(\alpha)$.

Bài 4.

1. Gọi I là tâm của hình vuông thì I chính là hình chiếu của C trên BD.

Ta có $I(-1+4t;1-t;-1+t)\Rightarrow\overrightarrow{CI}(4t-2;2-t;t+1)$.

Vì $CI\perp BD$ nên $\overrightarrow{CI}.\vec{u}_{BD}=0\Leftrightarrow 4(4t-2)-(2-t)+t+1=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{2}$

Do đó $I\left(1;\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right), CI=\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Từ điều kiện I là trung điểm AC suy ra $A(1;2;3)$.

Tọa độ điểm $B(-1+4t;1-t;-1+t)$ với $t>\frac{1}{4}$.

Ta có $IB=IC$ nên

$$(-2+4t)^2+\left(\frac{1}{2}-t\right)^2+\left(-\frac{1}{2}+t\right)^2=\frac{9}{2}\Leftrightarrow t^2-t=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=1\end{array}\right.$$

Tọa độ điểm $B(3;0;0)$, suy ra $D(-1;1;-1)$.

Vậy tọa độ các điểm cần tìm là $A(1;2;3)$, $B(3;0;0)$, $D(-1;1;-1)$.

2. Ta có $A(1+a;1-a;-1+a)$, $B(b;1+b;-1+2b)$

$\Rightarrow\overrightarrow{AB}(b-a-1;b+a;2b-a)$.

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = t.\vec{u}_{CD}$, hay

$$\frac{b-a-1}{2} = \frac{b+a}{1} = \frac{2b-a}{2} \Rightarrow a = 0;\ b = -1.$$

Vì thế $A(1;\ 1;\ -1)$, $B(-1;\ 0;\ -3)$.

Bài 5

1. Đường thẳng Δ đi qua $B(-1;2;0)$ và có $\vec{u} = (2;3;1)$ là VTCP

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-4;0;-1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \vec{u}\right] = (3;2;-12)$

Vậy $d(A,\Delta) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB}, \vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|} = \sqrt{\dfrac{157}{14}}$.

2. Đường thẳng Δ_1 đi qua $A_1(1;-4;3)$ và có $\overrightarrow{u_1} = (0;2;1)$ là VTCP

Đường thẳng Δ_1 đi qua $A_2(0;3;-2)$ và có $\overrightarrow{u_2} = (-3;1;0)$ là VTCP

Ta có $\overrightarrow{A_1A_2} = (-1;7;-5)$, $\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right] = (-1;-3;6)$

$\Rightarrow \overrightarrow{A_1A_2}.\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right] = -50 \neq 0$

Suy ra hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 chéo nhau và

$$d(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{\left|\overrightarrow{A_1A_2}.\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right]\right|}{\left|\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right]\right|} = \frac{25\sqrt{46}}{23}.$$

3. Đường thẳng Δ_1 đi qua $M(1;-1;-2)$ và có $\overrightarrow{u_1} = (2;-1;3)$ là VTCP

Đường thẳng Δ_2 đi qua $N(2;1;3)$ và có $\overrightarrow{u_2} = (1;-2;4)$ là VTCP

Ta có $\overrightarrow{MN} = (1;2;5), \left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right] = (2;-3;-3) \Rightarrow \left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{MN} = -19$

Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 chéo nhau và

$$d(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{MN}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right]\right|} = \frac{19}{\sqrt{22}}.$$

4. Ta thấy $C(1;1;-2) \in \Delta$ và $\Delta // (\alpha)$ nên ta có: $d(\Delta,(\alpha)) = d(C,(\alpha)) = \dfrac{6}{\sqrt{21}}$.

Bài 6

Tọa độ điểm $M(t;\,-2-t;\,1+t),\ t\in\mathbb{R}$. Ta có

$$\overrightarrow{AB}(-1;\,1;\,1),\ \overrightarrow{AC}(-1;\,0;\,2),\ \overrightarrow{AM}(t-1;\,-t-2;\,t+1).$$

Suy ra một véc tơ chỉ phương của mặt phẳng (MAB) là

$$\vec{n}_1=\left[\overrightarrow{AB},\,\overrightarrow{AM}\right]=(2t+3;\,2t;\,3).$$

Một véc tơ chỉ phương của mặt phẳng (CAB) là

$$\vec{n}_2=\left[\overrightarrow{AB},\,\overrightarrow{AC}\right]=(2;\,1;\,1).$$

Vì góc giữa hai mặt phẳng (MAB) và (CAB) là 30^0 nên

$$\cos 30^0=\left|\cos(\vec{n}_1,\,\vec{n}_1)\right|\Leftrightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{|2(2t+3)+2t+3|}{\sqrt{(2t+3)^2+(2t)^2+3^2}.\sqrt{6}}$$

$$\Leftrightarrow\sqrt{(2t+3)^2+(2t)^2+3^2}=\sqrt{2}\,|2t+3|$$

$$\Leftrightarrow 2(2t+3)^2=8t^2+12t+18\Leftrightarrow t=0$$

Điểm cần tìm có tọa độ là $M(0;\,-2;\,1)$.

Bài 7

Mặt phẳng qua O và vuông góc với AB là $(P):\ x-y=0$.

Ta có $C=AC\cap(P)\Rightarrow C\left(-\frac{4}{13};\,-\frac{4}{13};\,\frac{8}{13}\right)$.

Mặt phẳng qua O và vuông góc với AC là $(Q):\ 7x-6y-z=0$.

Vậy $B=AB\cap(Q)\Rightarrow B\left(-\frac{5}{13};\,-\frac{8}{13};\,1\right)$.

Bài toán 2. LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Bài 1

1. Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=2+t\\ y=-t\\ z=1-t\end{cases},\ t\in R$.

Phương trình chính tắc của $d:\ \frac{x-2}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{-1}$.

2. Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;-2;-1)$ là VTCP của d