BÀI 6 : KHÁI NIỆM BIẾN NGẪU NHIÊN RỜI RẠC

1 . Khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc

Đại lượng X được gọi là một biến ngẫu nhiên rời rạc nếu nó nhận giá trị bằng số thuộc một tập hữu hạn nào đó và giá trị ấy là ngẫu nhiên, không dự đoán trước được.

2 . Phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc

Giả sử X là một biến ngẫu nhiên rời rạc nhận các giá trị $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$. Để hiểu rõ hơn về X, ta thường quan tâm tới xác suất để X nhận giá trị x_k tức là các số $P(X = x_k) = p_k$ với $k = 1, 2, ..., n$.

Các thông tin về X như vậy được trình bày dưới dạng bảng sau đây :

X	x_1	x_2	...	x_n
P	p_1	p_2	...	p_n

Bảng 1

Bảng 1 được gọi là bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc X. Người ta chứng minh được rằng trong bảng 1, tổng các số ở dòng thứ hai bằng $p_1 + p_2 + ... + p_n = 1$.

3 . Kì vọng

Cho X là biến ngẫu nhiên rời rạc với tập giá trị là $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$. Kì vọng của X, kí hiệu là $E(X)$, là một số được tính theo công thức

$$E(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + ... + x_np_n = \sum_{i=1}^{n} x_ip_i$$

ở đó $p_i = P(X = x_i)$, $(i = 1, 2, ..., n)$.

Ý nghĩa : E(X) là một số cho ta một ý niệm về độ lớn trung bình của X. Vì thế kì vọng E(X) còn được gọi là giá trị trung bình của X.

Nhận xét : Kì vọng của X không nhất thiết thuộc tập các giá trị của X.

4 . Phương sai và độ lệch chuẩn

a . Phương sai

Cho X là biến ngẫu nhiên rời rạc với tập giá trị là $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$. Phương sai của X, kí hiệu là V(X), là một số được tính theo công thức

$$V(X) = (x_1 - \mu)^2 p_1 + (x_2 - \mu)^2 p_2 + ... + (x_n - \mu)^2 p_n$$

$$= \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 p_i$$

Ở đó $p_i = P(X = x_i)$ $(i = 1, 2, ..., n)$ và $\mu = E(X)$.

Ý nghĩa: Phương sai là một số không âm. Nó cho ta một ý niệm về mức độ phân tán các giá trị của X xung quanh giá trị trung bình. Phương sai càng lớn thì độ phân tán này càng lớn.

b . Độ lệch chuẩn

Căn bậc hai của phương sai, kí hiệu là $\sigma(X)$, được gọi là độ lệch chuẩn của X, nghĩa là

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$.

BÀI TẬP

Một thùng phiếu có 30 phiếu trong đó có 3 phiếu trúng thưởng. Một người bốc ngẫu nhiên 3 phiếu. Gọi X là số phiếu trúng thưởng mà người đó bốc được. Hãy lập bảng phân bố xác suất cho biến ngẫu nhiên X.

LỜI GIẢI

Gọi X là số phiếu trúng thưởng $\Rightarrow X = \{0,1,2,3\}$

Biến cố $X = 0$ có nghĩa là trong 3 cả 3 vé đều không trúng. Vậy $P(X=0) = \frac{C_{27}^3}{C_{30}^3} = \frac{585}{812}$.

Biến cố $X = 1$ có nghĩa là trong 3 vé có 1 vé trúng và 2 vé không trúng. Vậy $P(X=1) = \frac{C_3^1 C_{27}^2}{C_{30}^3} = \frac{1053}{4060}$.

Biến cố $X = 2$ có nghĩa là trong 3 vé có 2 vé trúng và 1 vé không trúng. Vậy $P(X=2) = \frac{C_3^2 C_{27}^1}{C_{30}^3} = \frac{81}{4060}$.

Biến cố $X = 3$ có nghĩa là trong cả 3 vé đều được giải. Vậy $P(X=3) = \frac{C_3^3}{C_{30}^3} = \frac{1}{4060}$.

Bảng phân phối xác suất của X:

X	0	1	2	3
P	$\frac{585}{812}$	$\frac{1053}{4060}$	$\frac{81}{4060}$	$\frac{1}{4060}$

1. Một bình đựng 6 bi xanh và 4 bi đỏ, chọn 5 bi. Gọi X là số bi đỏ:

a). Lập bảng phân phối xác suất của X.

b). Số bi đỏ trung bình sau 1 lần lấy.

LỜI GIẢI

Gọi X là số bi đỏ X = {0, 1, 2, 3, 4}.

Biến cố (X = 0) có nghĩa là cả 5 viên bi được chọn không có bi đỏ.

Vậy $P(X=0) = \frac{C_6^5}{C_{10}^5} = \frac{1}{42}$

Biến cố (X= 1) có nghĩa là chọn được 1 bi đỏ và 4 bi xanh.

Vậy $P(X=1) = \frac{C_4^1 C_6^4}{C_{10}^5} = \frac{5}{21}$

Biến cố (X = 2) có nghĩa là chọn được 2 bi đỏ và 3 bi xanh.

Vậy $P(X=2) = \frac{C_4^2 C_6^3}{C_{10}^5} = \frac{10}{21}$.

Lý luận tương tự ta có : $P(X=3) = \frac{C_4^3 C_6^2}{C_{10}^5} = \frac{5}{21}$, $P(X=4) = \frac{C_4^4 C_6^1}{C_{10}^5} = \frac{1}{42}$

Bảng phân phối xác suất của X:

X	0	1	2	3	4

P	$\frac{1}{42}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{1}{42}$