

BÀI TẬP TỔNG HỢP CẤP SỐ CỘNG CẤP SỐ NHÂN

2/24. Một cấp số cộng và một cấp số nhân đều là các dãy tăng các số hạng thứ nhất của hai dãy số đều bằng 3, các số hạng thứ hai bằng nhau. Tỉ số giữa các số hạng thứ ba của CSN và CSC là $\frac{9}{5}$. Tìm ba số hạng của hai cấp số thỏa tính chất trên.

LỜI GIẢI

Gọi u_1, u_2, u_3 là ba số hạng liên tiếp của CSC.

Gọi a_1, a_2, a_3 là ba số hạng liên tiếp của CSN.

Theo đề bài ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} u_1 = a_1 = 3 \\ u_2 = a_2 \\ \frac{a_3}{u_3} = \frac{9}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = a_1 = 3 \\ u_1 + d = a_1 q \\ 5a_3 = 9u_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = a_1 = 3 & (1) \\ 3 + d = 3q & (2) \\ 5(a_1 q^2) = 9(u_1 + 2d) & (3) \end{cases}$$

Từ (2) có $d = 3q - 3$ thay vào (3) được: $15q^2 = 9(3 + 6q - 6) \Leftrightarrow 5q^2 - 18q + 9 = 0 \Leftrightarrow q = 3 \vee q = \frac{3}{5}$

Chọn $q = 3$ (vì dãy tăng) $\Rightarrow d = 6$

Kết luận: 3 số hạng của CSC cần tìm: $u_1 = 3, u_2 = 9, u_3 = 15$

3 số hạng của CSN cần tìm: $a_1 = 3, a_2 = 9, a_3 = 27$.

3/24. Cho bốn số nguyên dương, trong đó ba số đầu lập thành một CSC, ba số hạng sau thành lập CSN. Biết rằng tổng của số hạng đầu và số hạng cuối là 37, tổng của hai số hạng giữa là 36. Tìm bốn số đó.

LỜI GIẢI

Gọi bốn số nguyên dương cần tìm là: a, b, c, d .

Theo đề bài có a, b, c là ba số hạng liên tiếp của CSC. Ta có: $a + c = 2b$ (1)

Ba số hạng b, c, d là ba số hạng liên tiếp của CSN. Ta có: $b \cdot d = c^2$ (2)

Theo giả thuyết đề bài ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a + d = 37 & (3) \\ b + c = 36 & (4) \end{cases}$

Từ (4) có: $b = 36 - c$ thay vào (1) được $a + c = 72 - 2c \Rightarrow a = 72 - 3c$, thay a vào (3) được: $d = 37 - 72 + 3c \Leftrightarrow d = -35 + 3c$.

Thay b, d vào (2) được: $(36 - c)(-35 + 3c) = c^2 \Leftrightarrow 4c^2 - 143c + 1260 = 0 \Leftrightarrow c = 20 \vee c = \frac{63}{4}$

Với $c = 20 \Rightarrow b = 16, a = 12, d = 95$.

Với $c = \frac{63}{4} \Rightarrow b = \frac{81}{4}, a = \frac{99}{4}, d = \frac{49}{4}$.