

## CHUYÊN ĐỀ 6 – PHÂN SỐ

### A. LÝ THUYẾT.

#### 1. Khái niệm về phân số.

Người ta gọi  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$  là một phân số,  $a$  là tử số (tử),  $b$  là mẫu số (mẫu) của phân số.

Ví dụ:  $\frac{2}{3}; \frac{-3}{5}; \frac{-7}{-8}; \dots$  là những phân số.

Chú ý: mọi số nguyên  $a$  có thể viết dưới dạng phân số là  $\frac{a}{1}$ .

#### 2. Phân số bằng nhau.

Hai phân số  $\frac{a}{b}$  và  $\frac{c}{d}$  gọi là bằng nhau nếu  $a.d = b.c$  (tích chéo bằng nhau)

Ví dụ:  $-\frac{2}{5} = -\frac{4}{10}$  vì  $(-2).10 = 5.(-4) = (-20)$

#### 3. Tính chất cơ bản của phân số.

Nếu ta nhân cả tử và mẫu của một phân số với cùng một số nguyên khác 0 thì ta được một phân số mới bằng phân số đã cho.

$$\frac{a}{b} = \frac{a.m}{b.m} \text{ với } m \in \mathbb{Z} \text{ và } m \neq 0.$$

Nếu ta chia cả tử và mẫu của một phân số cho cùng một ước chung của chúng ta được một phân số mới bằng phân số đã cho.

$$\frac{a}{b} = \frac{a:n}{b:n} \text{ với } n \in \text{ƯC}(a,b).$$

#### 4. Rút gọn phân số.

Muốn rút gọn phân số, ta chia cả tử và mẫu của phân số đó cho một ước chung khác 1 và  $-1$  của chúng.

#### 5. Phân số tối giản.

Phân số tối giản (hay phân số không rút gọn được nữa) là phân số mà tử và mẫu chỉ có ước chung là 1 và  $-1$ .

## 6. Quy đồng mẫu nhiều phân số.

Muốn quy đồng mẫu nhiều phân số với mẫu dương ta là như sau :

Bước 1: Tìm một bội chung của các mẫu (thường là BCNN) để là mẫu chung.

Bước 2: Tìm thừa số phụ của mỗi mẫu (bằng cách chia mẫu chung cho từng mẫu).

Bước 3: Nhân tử và mẫu của mỗi phân số với thừa số phụ tương ứng.

## 7. So sánh phân số.

7.1. So sánh hai phân số cùng mẫu.

Trong hai phân số có cùng một mẫu dương, phân số nào có tử số lớn hơn thì phân số đó lớn hơn.

Ví dụ:  $\frac{-2}{5} > \frac{-7}{5}$  vì  $-2 > -7$

7.2. So sánh hai phân số không cùng mẫu.

Muốn so sánh hai phân số không cùng mẫu, ta viết chúng dưới dạng hai phân số có cùng mẫu dương rồi so sánh các tử số với nhau : Phân số nào có tử số lớn hơn thì phân số đó lớn hơn.

7.3. Một số lưu ý quan trọng.

- Phân số có tử và mẫu là hai số nguyên cùng dấu thì lớn hơn 0.

Ví dụ :  $\frac{-3}{-4} > 0$  hoặc  $\frac{4}{5} > 0$

Phân số lớn hơn 0 được gọi là phân số dương.

- Phân số có tử và mẫu là hai số nguyên khác dấu thì nhỏ hơn 0.

Ví dụ :  $\frac{-2}{5} < 0$

Phân số nhỏ hơn 0 gọi là phân số âm.

## 8. Phép cộng phân số.

8.1. Cộng hai phân số cùng mẫu.

Muốn cộng hai phân số cùng mẫu, ta cộng các tử và giữ nguyên mẫu.

$$\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m}$$

Ví dụ:  $\frac{3}{5} + \frac{7}{5} = \frac{3+7}{5} = \frac{10}{5} = 2$

## 8.2. Cộng hai phân số khác mẫu.

Muốn cộng hai phân số không cùng mẫu, ta viết chúng dưới dạng hai phân số cùng mẫu rồi cộng các tử với nhau và giữ nguyên mẫu chung.

$$\text{Ví dụ: } \frac{1}{2} + \frac{-3}{5} = \frac{5}{10} + \frac{-6}{10} = \frac{5+(-6)}{10} = \frac{-1}{10}$$

## 8.3. Tính chất cơ bản của phép cộng phân số

- Tính chất giao hoán:  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$
- Tính chất kết hợp:  $\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{p}{q} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{p}{q}\right)$
- Cộng với số 0:  $\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$

$$\text{Ví dụ: } \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2 ; \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

## 9. Phép trừ phân số

### 9.1. Số đối

Hai số gọi là đối nhau nếu tổng của chúng bằng 0. Kí hiệu số đối của phân số

$$\frac{a}{b} \text{ là } -\frac{a}{b}.$$

Ví dụ: số đối của  $\frac{7}{8}$  là  $-\frac{7}{8}$ ; số đối của  $-\frac{9}{7}$  là  $\frac{9}{7}$

### 9.2. Quy tắc trừ hai phân số

Muốn trừ một phân số cho một phân số, ta cộng số bị trừ với số đối của số trừ.

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(-\frac{c}{d}\right)$$

$$\text{Ví dụ: } \frac{1}{8} - \frac{1}{2} = \frac{1}{8} + \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} + \left(\frac{-4}{8}\right) = \frac{1+(-4)}{8} = \frac{-3}{8}$$

## 10. Phép nhân phân số

### 10.1. Quy tắc nhân hai phân số

- Muốn nhân hai phân số, ta nhân các tử số với nhau và nhân các mẫu với nhau.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

- Muốn nhân một số nguyên với một phân số (hoặc một phân số với một số nguyên), ta nhân số nguyên với tử của phân số và giữ nguyên mẫu.

$$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}$$

Ví dụ:  $\frac{-1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{(-1) \cdot 1}{4 \cdot 3} = \frac{-1}{12}$

### 10.2. Tính chất cơ bản của phép nhân phân số

- Tính chất giao hoán:  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b}$

- Tính chất kết hợp:  $\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{p}{q} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{p}{q}\right)$

- Nhân với số 1:  $\frac{a}{b} \cdot 1 = 1 \cdot \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$

- Tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng:

$$\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} + \frac{p}{q}\right) = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \cdot \frac{p}{q}$$

## 11. Phép chia phân số:

### 11.1. Số nghịch đảo

Hai số gọi là nghịch đảo của nhau nếu tích của chúng bằng 1.

Ví dụ: Số nghịch đảo của  $\frac{1}{7}$  là 7; số nghịch đảo của  $-5$  là  $-\frac{1}{5}$

### 11.2. Quy tắc chia hai phân số

Muốn chia một phân số hay một số nguyên cho một phân số, ta nhân số bị chia với số nghịch đảo của số chia.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} ; a : \frac{c}{d} = a \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{c} (c \neq 0)$$

Ví dụ:  $\frac{-5}{6} : \frac{3}{13} = \frac{-5}{6} \cdot \frac{13}{3} = \frac{(-5) \cdot 13}{6 \cdot 3} = \frac{-65}{18}$

## 12. Hỗn số. Số thập phân. Phần trăm

### 12.1. Hỗn số

- Nếu phân số dương lớn hơn 1, ta có thể viết nó dưới dạng hỗn số bằng cách: chia tử cho mẫu, thương tìm được là phần nguyên của hỗn số, số dư là tử của phân số kèm theo, còn mẫu vẫn là mẫu đã cho.

Ví dụ:  $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$

- Muốn viết một hỗn số dưới dạng một phân số, ta nhân phần nguyên với mẫu rồi cộng với tử, kết quả tìm được là tử của phân số, còn mẫu vẫn là mẫu đã cho.

Ví dụ:  $1\frac{3}{4} = \frac{1.4 + 3}{4} = \frac{7}{4}$

- Khi viết một phân số âm dưới dạng hỗn số, ta chỉ cần viết số đối của nó dưới dạng hỗn số rồi đặt dấu “-” trước kết quả nhận được

### 12.2. Số thập phân

- Phân số thập phân là phân số mà mẫu là lũy thừa của 10.

Ví dụ:  $\frac{73}{1000} = \frac{73}{10^3}$

- Số thập phân gồm hai phần:

- Phần số nguyên viết bên trái dấu phẩy;
- Phần thập phân viết bên phải dấu phẩy.

Ví dụ:  $\frac{73}{1000} = 0,073$

### 12.3. Phần trăm

Những phân số có mẫu là 100 còn được viết dưới dạng phần trăm với kí hiệu %.

Ví dụ:  $\frac{3}{100} = 3\%$

## 13. Tìm giá trị phân số của một số cho trước

Muốn tìm  $\frac{m}{n}$  của số b cho trước, ta tính  $b \cdot \frac{m}{n}$  ( $m, n \in \mathbb{N}, n \neq 0$ )

Ví dụ:  $\frac{2}{3}$  của 8,7 là:  $8,7 \cdot \frac{2}{3} = (8,7 : 3) \cdot 2 = 2,9 \cdot 2 = 5,8$