

## CHƯƠNG II :ĐƯỜNG TRÒN

### A) KIẾN THỨC CẦN NHỚ

#### I) Sự xác định đường tròn. Tính chất đối xứng của đường tròn

1) **ĐN:** Đường tròn tâm O bán kính R (với  $R > 0$ ) là hình gồm các điểm cách O một khoảng bằng R. Kí hiệu  $(O; R)$

2) **Vị trí tương đối của điểm M với  $(O; R)$**

- Nếu  $OM = R \Leftrightarrow M$  thuộc  $(O; R)$
- Nếu  $OM > R \Leftrightarrow M$  nằm ngoài  $(O; R)$
- Nếu  $OM < R \Leftrightarrow M$  nằm trong  $(O; R)$

3) **Cách xác định đường tròn**

- Biết tâm và bán kính
- Biết đường kính của đường tròn
- Biết 3 điểm phân biệt nằm trên đường tròn đó.

(HD học sinh xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác nhọn, vuông, tù)

4) **Tâm đối xứng :** Đường tròn là hình có tâm đối xứng. Tâm đường tròn là tâm đối xứng của đường tròn đó.

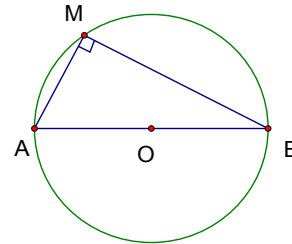
VD: Cho  $A \in (O; R)$ , điểm B đối xứng với A qua O thì  $B \in (O; R)$

5) **Trục đối xứng:** Đường tròn là hình có trục đối xứng. Đường kính bất kỳ của đường tròn là trục đối xứng của đường tròn đó.

VD: Cho  $C \in (O; R)$  AB là đường kính, điểm D đối xứng với C qua AB thì  $D \in (O; R)$ .

6) **Bổ sung**

- Nếu điểm M nằm trên đường tròn đường kính AB thì  $\widehat{AMB} = 90^\circ$ .
- Nếu  $\widehat{AMB} = 90^\circ$  thì điểm M nằm trên đường tròn đường kính AB.



#### II) Đường Kính và dây của đường tròn

- Trong các dây của một đường tròn, dây lớn nhất là đường kính.
- Trong một đường tròn, đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây ấy.
- Trong một đường tròn, đường kính vuông đi qua trung điểm của một dây không đi qua tâm thì vuông góc với một dây thì ấy.

#### III )Liên hệ giữa và khoảng cách từ tâm đến dây

a) Trong hai dây của một đường tròn:

- Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm, hai dây cách đều tâm thì bằng nhau.
- Dây nào lớn hơn thì gần tâm hơn, dây nào gần tâm hơn thì dây đó lớn hơn.

#### IV) Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn.

- a) Đường thẳng a và đường tròn  $(O; R)$  cắt nhau:
- Có 2 điểm chung

- Đường thẳng  $a$  gọi là cát tuyến
- Gọi  $d$  là khoảng cách từ tâm  $O$  đến đường thẳng  $a$ . Khi đó  $d < R$
- b) Đường thẳng  $a$  và đường tròn  $(O; R)$  tiếp xúc nhau.
- Có 1 điểm chung  $C$  gọi là tiếp điểm.
- Đường thẳng  $a$  gọi là tiếp tuyến
- Gọi  $d$  là khoảng cách từ tâm  $O$  đến đường thẳng  $a$ . Khi đó  $d = R$ .
- c) Đường thẳng  $a$  và đường tròn  $(O; R)$  không giao nhau.
- Không có điểm chung
- Gọi  $d$  là khoảng cách từ tâm  $O$  đến đường thẳng  $a$ . Khi đó  $d > R$ .

#### V) Tiếp tuyến của đường tròn

**1) Tính chất tiếp tuyến:** Nếu đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn thì nó vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm.

**2) Dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến:** Nếu đường thẳng vuông góc với bán kính

tại một điểm nằm trên đường tròn thì đường thẳng đó là tiếp tuyến của đường tròn.

VD :  $d \perp OC$  tại  $C$  và  $C \in (O; R) \Rightarrow d$  là tiếp tuyến của  $(O; R)$

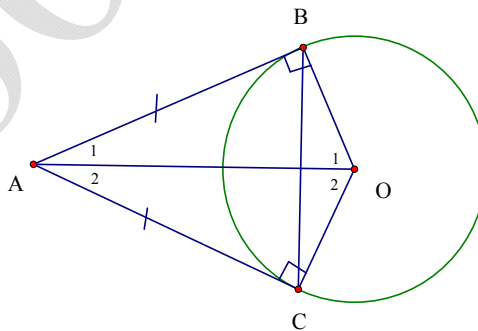
#### 3) Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau:

Cho  $AB$  và  $AC$  là tiếp tuyến của  $(O; R)$ , với  $B$  và  $C$  là tiếp điểm

Ta có :  $AC = AB$  ;

$$\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 ;$$

$$\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$$



#### 4) Đường tròn nội tiếp tam giác :

- Đường tròn tiếp xúc với 3 cạnh của một tam giác gọi là đường tròn nội tiếp tam giác.

- Tâm của đường tròn nội tiếp tam giác là giao điểm của các đường phân giác trong tam giác đó.

#### 5) Đường tròn bàng tiếp tam giác:

- Đường tròn tiếp xúc với 1 cạnh của một tam giác và tiếp xúc với các phần kéo dài của hai cạnh kia gọi là đường tròn bàng tiếp tam giác.

- Tâm của đường tròn bàng tiếp góc A của tam giác ABC là giao điểm của hai đường phân giác góc ngoài tại B và C hoặc giao điểm của đường phân giác góc A với phân giác ngoài góc B (Hoặc C).

- Với một tam giác có ba đường tròn bàng tiếp.

#### VI) Vị trí tương đối của hai đường tròn.

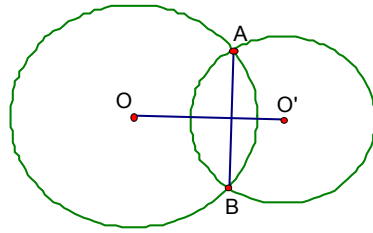
**1) Hai đường tròn cắt nhau:**

- Có 2 điểm chung A và B, AB gọi là dây chung.

- Đường thẳng  $OO'$  là đường trung trực của đoạn thẳng AB.

Gọi d là khoảng cách giữa hai tâm

$$R-r < d < R+r$$



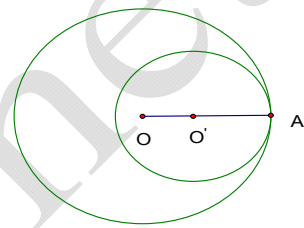
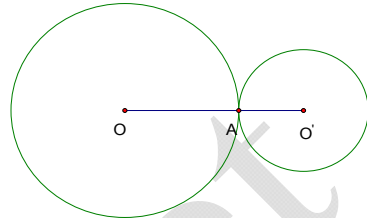
**2) Hai đường tròn tiếp xúc nhau:**

- Có 1 điểm chung gọi là tiếp điểm.

- Tiếp điểm nằm trên đường nối tâm.

- Tiếp xúc ngoài  $\Leftrightarrow OO' = R+r$

- Tiếp xúc trong  $\Leftrightarrow OO' = R-r$



**3) Hai đường tròn không giao nhau:**

- Không có điểm chung.

-  $(O;R)$  và  $(O';r)$  ở ngoài nhau  $\Leftrightarrow OO' > R+r$

-  $(O;R)$  đựng  $(O';r)$  ở ngoài nhau  $\Leftrightarrow$

$OO' < R-r$

**B) BÀI TẬP**

**I) BÀI TẬP NHẬN BIẾT**

**Câu 1:** Cho  $(O;5\text{cm})$  và đường thẳng a có khoảng cách đến O là d. Điều kiện để a là cát tuyến của (O) là

- A.  $d=5\text{cm}$     B.  $d<5\text{cm}$     C.  $d>5\text{cm}$     D.  $d\leq 5\text{cm}$

Đáp án : B

**Câu 2:** Cho  $OI=6\text{cm}$ , vẽ  $(O;8\text{cm})$  và  $(I;2\text{cm})$ . Hai đường tròn (O) và (I) có vị trí như thế nào?

- A. Tiếp xúc ngoài    B. Tiếp xúc trong  
C. Cắt nhau    D. Đựng nhau

Đáp án : A

**Câu 3:** Qua 3 điểm không thẳng hàng, ta vẽ được:

- A. 3 đường tròn    B. 2 đường tròn.  
C. Một đường tròn.  
D. Không vẽ được đường tròn nào.

Đáp án: C

**Câu 4:** Đường tròn là hình có:

- A. Một trục đối xứng.    B. 2 trục đối xứng.  
C. 3 trục đối xứng.    D. Vô số trục đối xứng.

Đáp án : D

**Câu 5:** Cho (O) ,hai tiếp tuyến cắt nhau AB, AC ở A (với B và C là tiếp điểm). biết  $AB = 2\text{cm}$  Khi đó AC bằng:

- A. 4cm                      B. 3cm                      C. 2cm                      D. 2,5cm

Đáp án :C

**Câu 6:** Trong các dây cung của đường tròn (O; 4cm), dây cung lớn nhất có độ dài là:

- A. 4cm                      B. 8cm                      C. 2cm                      D. Một đáp số khác

Đáp án: B

**Câu 7:**Trong các câu sau, câu nào đúng, câu nào sai?

Câu	Đúng/Sai
Trong một đường tròn, đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây ấy.	
Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của một dây thì vuông góc với dây ấy.	

Đáp án:      Câu A: Đúng                      Câu B: Sai

**Câu 8:**Cho (O;6cm) và điểm (O';R) .Với  $OO' = 8\text{cm}$  .Giá trị nào của R thì (O';R) tiếp xúc (O;6cm)

- A. 2cm                      B. 14cm  
C. 2cm hoặc 14cm                      D. Đáp án khác

Đáp án : C

**Câu 9 :**Cho (O;8cm) và (I;3cm) biết  $OI = 10\text{cm}$ .Hai đường tròn (O) và (I) có vị trí tương đối như thế nào?

- A. Tiếp xúc ngoài                      B. Cắt nhau  
C. Tiếp xúc trong                      D. Không giao nhau

Đáp án : B

**Câu 10:** Cho bảng sau. Hãy điền vào chỗ trống để có khẳng định đúng:

R	d	Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn
5 cm	2 cm	.....(1).....
8 cm	8 cm	.....(2).....
5 cm	9 cm	.....(3).....

Đáp án: (1)- Cắt nhau;(2)- Tiếp xúc nhau;(3)-Không giao nhau.

**Câu 11:**Chọn đáp án tương ứng một ô ở cột bên trái và một ô ở cột bên phải để được câu trả lời đúng :

Vị trí tương đối của (O;R) và (O';r) với $R \geq r$	Hệ thức giữa $OO'$ với R và r
1/Hai đường tròn cắt nhau	a) $OO' = R+r$

2/Hai đường tròn tiếp xúc ngoài	<b>b)</b> $R-r < OO' = R+r$
3/Hai đường tròn tiếp xúc trong	<b>c)</b> $OO' > R+r$
4/Hai đường tròn không giao nhau, ở ngoài nhau	<b>d)</b> $OO' = R-r$
5/Hai đường tròn không giao nhau, (O;R) đựng (O';r)	<b>e)</b> $OO' < R-r$

Đáp án : 1-b,2-a,3-d,4-c,5-e

## II) BÀI TẬP THÔNG HIỂU

**Câu 1:** Dây cung  $AB = 12\text{cm}$  của đường tròn  $(O; 10\text{cm})$  có khoảng cách đến tâm  $O$  là :

- A. 8cm                                      B. 7cm  
C 6cm                                        D. 5cm

Đáp án : A

**Câu 2:** Cho tam giác  $ABC$  có góc  $A = 90^\circ$ ,  $AB = 6\text{cm}$ ,  $AC = 8\text{cm}$ , bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  bằng :

- A. 2,5 cm                                      B. 3 cm                                      C. 4 cm                                      D. 5 cm

Đáp án: D

**Câu 3:** Cho đường tròn tâm  $O$  bán kính 3 cm và một điểm  $A$  cách  $O$  là 5cm. Kẻ tiếp tuyến  $AB$  với đường tròn ( $B$  là tiếp điểm). Độ dài  $AB$  là :

- A. 2 cm                                      B. 3 cm                                      C. 4 cm                                      D. 5 cm

Đáp án : C

**Câu 4:** Cho đường thẳng  $a$  và điểm  $O$  cách  $a$  một khoảng bằng 2.5cm . Vẽ đường tâm  $O$  đường kính 5cm . Khi đó đường thẳng  $a$ :

- A. Không cắt đường tròn  $(O)$                                       C. Tiếp xúc với đường tròn  $(O)$   
B. Cắt đường tròn  $(O)$     D. Không tiếp xúc với đường tròn  $(O)$

Đáp án: C

**Câu 5 :** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $B$  có các đường trung tuyến là  $AE$ ;  $BD$  và  $CF$  . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác . Ta có :

- A.  $BC$  là tiếp tuyến của  $(G; GE)$                                       B.  $AC$  là tiếp tuyến của  $(G; GD)$   
C.  $AB$  là tiếp tuyến của  $(G; GF)$                                       D. Ba khẳng định trên đều sai

Đáp án: B

**Câu 6 :** Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông cân có cạnh góc vuông 20cm là

- A.  $5\sqrt{2}$  cm                                      B.  $5\sqrt{3}$  cm  
C  $10\sqrt{2}$  cm                                      D.  $10\sqrt{3}$  cm

Đáp án:C

**Câu 7 :** Cho  $AO = 6\text{cm}$ ,  $AB$  và  $AC$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O; 3\text{cm})$  . Khi đó số đo góc  $BAC$  là :

- A.  $30^\circ$     B.  $45^\circ$

C.  $60^\circ$

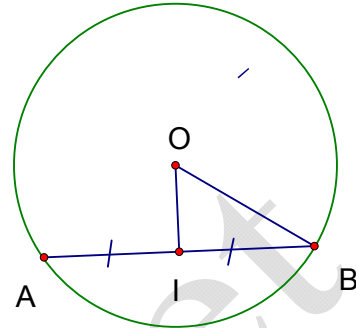
D.  $90^\circ$

Đáp án: C

**Câu 8:**

Cho hình vẽ biết:  $IA = IB$   
 $R = 13 \text{ cm}$ .  $OI = 5 \text{ cm}$ .  
 Tính độ dài dây  $AB$ .

Đáp án :  $AB=24\text{cm}$



**Câu 9:**

Cho  $(O; 6\text{cm})$  như hình vẽ, biết  $OE = 3\text{cm}$ .

Số đo  $\widehat{OCD}$  bằng:

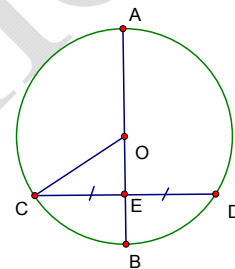
A.  $30^\circ$

B.  $40^\circ$

C.  $50^\circ$

D.  $60^\circ$

Đáp án: A



**III) DẠNG BÀI TẬP VẬN DỤNG**

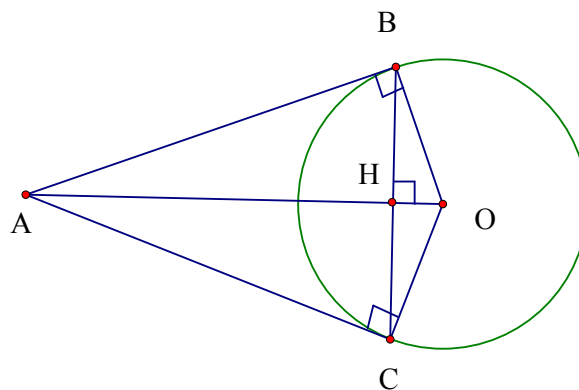
**Bài 1:** Cho đường tròn tâm  $(O;R)$  và điểm A nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến  $AB, AC$  với  $(O;R)$  (B và C là tiếp điểm)

a) Chứng minh rằng BC vuông góc với OA

b) Tính độ dài các cạnh tam giác ABC nếu  $R= 3\text{cm}$ ,  $OA= 5\text{cm}$

a) Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có :  $AB=AC$  và AO là phân giác  $\widehat{BAC}$   
 $\Rightarrow \Delta ABC$  cân tại A có AO là phân giác đồng thời là đường cao  $\Rightarrow AO \perp BC$  tại H.

b) Áp dụng định lý Pi-ta-go suy ra  $AB=4\text{cm}$ .  $\Rightarrow AC=AB=4\text{cm}$ .  
 Áp dụng hệ thức trong tam giác vuông ABO có  
 $AB \cdot BO = AO \cdot BH$   
 $\Rightarrow BH = \frac{AB \cdot BO}{AO} = \frac{3 \cdot 4}{5} = 2,4\text{cm}$   
 $\Rightarrow BC = 4,8\text{cm}$ .

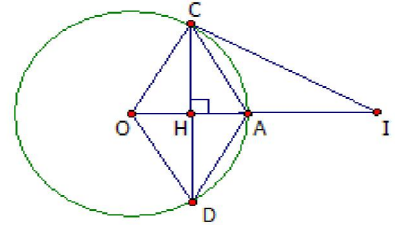


**Bài 2:** Cho đường tròn tâm O bán kính OA, dây CD là đường trung trực của OA.

- a) Tứ giác OCAD là hình gì? Vì sao?  
 b) Kẻ tiếp tuyến với đường tròn tại C, tiếp tuyến này cắt đường thẳng OA tại I.  
 Tính độ dài CI biết  $OA = R$ .

**Đáp án:**

a) Gọi H là giao điểm của CD và OA có  $OA \perp CD$  nên  $CH = HD$  (Đường kính vuông góc với một dây). Tứ giác OCAD có  $HO = HA$  và  $HC = HD$  nên là hình bình hành, lại có  $OA \perp CD$  nên Tứ giác OCAD là hình thoi.



- b) Xét tam giác OAC có  $OC = OA = R$ ,  
 $OC = CA$  ( vì OCAD là hình thoi)

$$\Rightarrow OC = OA = AC$$

Nên tam giác OAC đều  $\Rightarrow \widehat{AOC} = 60^\circ$

Trong tam giác OCI vuông tại C, có

$$IC = OC \cdot \tan 60^\circ = R\sqrt{3}.$$

**Bài 3:** Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Qua điểm C thuộc nửa đường tròn, kẻ tiếp tuyến d của đường tròn. Gọi E và F lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ A và B đến d. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ C đến AB. Chứng minh rằng:

- a)  $CE = CF$       b) AC là tia phân giác của  $\widehat{BAE}$       c)  $CH^2 = AE \cdot BF$ .

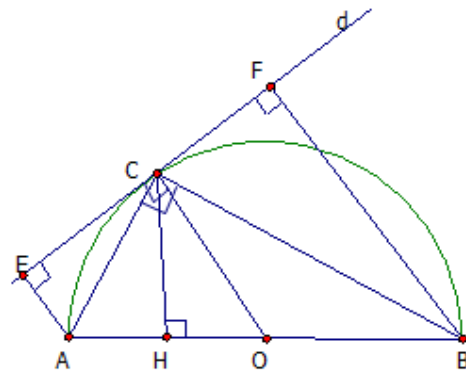
**Đáp án:**

a) Hình thang ABFE có  $OA = OB$ ,  
 $OC \parallel AE \parallel BF$  nên C là trung điểm của EF hay  $CE = CF$ .

b)  $\triangle OAC$  cân tại O nên  $\widehat{CAO} = \widehat{OCA}$ .

$AE \parallel OC$  nên

$\widehat{CAE} = \widehat{OCA} \Rightarrow \widehat{CAO} = \widehat{CAE} \Rightarrow AC$  là tia phân giác của  $\widehat{BAE}$ .



c)  $\triangle CAE = \triangle CAH$  (cạnh huyền, góc nhọn)  $\Rightarrow AE = AH$ . Tương tự  $BF = BH$ .

$\triangle ABC$  có đường trung tuyến CO ứng với cạnh AB bằng nửa cạnh AB nên  $\triangle ABC$  là tam giác vuông tại C, ta có  $CH^2 = AH \cdot BH$  suy ra  $CH^2 = AE \cdot BF$ .

**Bài 4:** Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Từ A vẽ hai tiếp tuyến AB và AC của đường tròn (O) ( B và C là 2 tiếp điểm ). Gọi H là giao điểm của OA và BC

- a) CMR: OA vuông góc với BC tại H