

CHƯƠNG I: PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA CÁC ĐA THỨC

I. NHÂN ĐƠN THỨC VỚI ĐA THỨC – NHÂN ĐA THỨC VỚI ĐA THỨC

Bài 1. Thực hiện các phép tính sau:

a) $(x^2 - 1)(x^2 + 2x)$ b) $(2x - 1)(3x + 2)(3 - x)$ c) $(x + 3)(x^2 + 3x - 5)$
 d) $(x + 1)(x^2 - x + 1)$ e) $(2x^3 - 3x - 1)(5x + 2)$ f) $(x^2 - 2x + 3)(x - 4)$

Bài 2. Thực hiện các phép tính sau:

a) $-2x^3y(2x^2 - 3y + 5yz)$ b) $(x - 2y)(x^2y^2 - xy + 2y)$ c) $\frac{2}{5}xy(x^2y - 5x + 10y)$
 d) $\frac{2}{3}x^2y(3xy - x^2 + y)$ e) $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$ f) $\left(\frac{1}{2}xy - 1\right)(x^3 - 2x - 6)$

Bài 3. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $(x - y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4) = x^5 - y^5$
 b) $(x + y)(x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4) = x^5 + y^5$
 c) $(a + b)(a^3 - a^2b + ab^2 - b^3) = a^4 - b^4$
 d) $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

Bài 4. Thực hiện các phép tính, sau đó tính giá trị biểu thức:

a) $A = (x - 2)(x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16)$ với $x = 3$. *ĐS: A = 211*
 b) $B = (x + 1)(x^7 - x^6 + x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$ với $x = 2$. *ĐS: B = 255*
 c) $C = (x + 1)(x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$ với $x = 2$. *ĐS: C = 129*
 d) $D = 2x(10x^2 - 5x - 2) - 5x(4x^2 - 2x - 1)$ với $x = -5$. *ĐS: D = -5*

Bài 5. Thực hiện các phép tính, sau đó tính giá trị biểu thức:

a) $A = (x^3 - x^2y + xy^2 - y^3)(x + y)$ với $x = 2, y = -\frac{1}{2}$. *ĐS: A = \frac{255}{16}*
 b) $B = (a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$ với $a = 3, b = -2$. *ĐS: B = 275*
 c) $C = (x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + y^2) + 2x^3y - 3x^2y^2 + 2xy^3$ với $x = -\frac{1}{2}, y = -\frac{1}{2}$. *ĐS: C = \frac{3}{16}*

Bài 6. Chứng minh rằng các biểu thức sau không phụ thuộc vào x :

a) $A = (3x + 7)(2x + 3) - (3x - 5)(2x + 11)$
 b) $B = (x^2 - 2)(x^2 + x - 1) - x(x^3 + x^2 - 3x - 2)$
 c) $C = x(x^3 + x^2 - 3x - 2) - (x^2 - 2)(x^2 + x - 1)$
 d) $D = x(2x + 1) - x^2(x + 2) + x^3 - x + 3$
 e) $E = (x + 1)(x^2 - x + 1) - (x - 1)(x^2 + x + 1)$

Bài 7. * Tính giá trị của đa thức:

a) $P(x) = x^7 - 80x^6 + 80x^5 - 80x^4 + \dots + 80x + 15$ với $x = 79$ *ĐS: P(79) = 94*
 b) $Q(x) = x^{14} - 10x^{13} + 10x^{12} - 10x^{11} + \dots + 10x^2 - 10x + 10$ với $x = 9$ *ĐS: Q(9) = 1*
 c) $R(x) = x^4 - 17x^3 + 17x^2 - 17x + 20$ với $x = 16$ *ĐS: R(16) = 4*
 d) $S(x) = x^{10} - 13x^9 + 13x^8 - 13x^7 + \dots + 13x^2 - 13x + 10$ với $x = 12$ *ĐS: S(12) = -2*

II. HẰNG ĐẲNG THỨC

Bài 1. Điền vào chỗ trống cho thích hợp:

- a) $x^2 + 4x + 4 = \dots\dots\dots$ b) $x^2 \square 8x \square 16 = \dots\dots\dots$ c) $(x+5)(x-5) = \dots\dots\dots$
 d) $x^3 + 12x^2 + 48x + 64 = \dots\dots$ e) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = \dots\dots$ f) $(x+2)(x^2 - 2x + 4) = \dots\dots$
 g) $(x-3)(x^2 + 3x + 9) = \dots\dots$ h) $x^2 + 2x + 1 = \dots\dots$ i) $x^2 - 1 = \dots\dots$
 k) $x^2 + 6x + 9 = \dots\dots$ l) $4x^2 - 9 = \dots\dots$ m) $16x^2 - 8x + 1 = \dots\dots$
 n) $9x^2 + 6x + 1 = \dots\dots$ o) $36x^2 + 36x + 9 = \dots\dots\dots$ p) $x^3 + 27 = \dots\dots$

Bài 2. Thực hiện phép tính:

- a) $(2x + 3y)^2$ b) $(5x - y)^2$ c) $(2x + y^2)^3$
 d) $\left(x^2 + \frac{2}{5}y\right) \cdot \left(x^2 - \frac{2}{5}y\right)$ e) $\left(x + \frac{1}{4}\right)^2$ f) $\left(\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{2}y\right)^3$
 g) $(3x^2 - 2y)^3$ h) $(x - 3y)(x^2 + 3xy + 9y^2)$ i) $(x^2 - 3) \cdot (x^4 + 3x^2 + 9)$
 k) $(x + 2y + z)(x + 2y - z)$ l) $(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$ m) $(5 + 3x)^3$

Bài 3. Tính giá trị biểu thức bằng cách vận dụng hằng đẳng thức:

- a) $A = x^3 + 3x^2 + 3x + 6$ với $x = 19$ b) $B = x^3 - 3x^2 + 3x$ với $x = 11$
 ĐS: a) $A = 8005$ b) $B = 1001$.

Bài 4. Chứng minh các biểu thức sau không phụ thuộc vào x :

- a) $(2x + 3)(4x^2 - 6x + 9) - 2(4x^3 - 1)$ b) $(4x - 1)^3 - (4x - 3)(16x^2 + 3)$
 c) $2(x^3 + y^3) - 3(x^2 + y^2)$ với $x + y = 1$ d) $(x + 1)^3 - (x - 1)^3 - 6(x + 1)(x - 1)$
 e) $\frac{(x + 5)^2 + (x - 5)^2}{x^2 + 25}$ f) $\frac{(2x + 5)^2 + (5x - 2)^2}{x^2 + 1}$

- ĐS: a) 29 b) 8 c) -1 d) 8 e) 2 f) 29

Bài 5. Giải các phương trình sau:

- a) $(x - 1)^3 + (2 - x)(4 + 2x + x^2) + 3x(x + 2) = 17$ b) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) - x(x^2 - 2) = 15$
 c) $(x - 3)^3 - (x - 3)(x^2 + 3x + 9) + 9(x + 1)^2 = 15$ d) $x(x - 5)(x + 5) - (x + 2)(x^2 - 2x + 4) = 3$
 ĐS: a) $x = \frac{10}{9}$ b) $x = \frac{7}{2}$ c) $x = \frac{2}{15}$ d) $x = -\frac{11}{25}$

Bài 6. So sánh hai số bằng cách vận dụng hằng đẳng thức:

- a) $A = 1999 \cdot 2001$ và $B = 2000^2$ b) $A = 2^{16}$ và $B = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)$
 c) $A = 2011 \cdot 2013$ và $B = 2012^2$ d) $A = 4(3^2 + 1)(3^4 + 1) \dots (3^{64} + 1)$ và $B = 3^{128} - 1$

Bài 7. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

- a) $A = 5x - x^2$ b) $B = x - x^2$ c) $C = 4x - x^2 + 3$
 d) $D = -x^2 + 6x - 11$ e) $E = 5 - 8x - x^2$ f) $F = 4x - x^2 + 1$

Bài 8. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

- a) $A = x^2 - 6x + 11$ b) $B = x^2 - 20x + 101$ c) $C = x^2 - 6x + 11$
 d) $D = (x - 1)(x + 2)(x + 3)(x + 6)$ e) $E = x^2 - 2x + y^2 + 4y + 8$ f) $x^2 - 4x + y^2 - 8y + 6$
 g) $G = x^2 - 4xy + 5y^2 + 10x - 22y + 28$

HD: g) $G = (x - 2y + 5)^2 + (y - 1)^2 + 2 \geq 2$

Bài 9. Cho $a + b = S$ và $ab = P$. Hãy biểu diễn theo S và P, các biểu thức sau đây:

a) $A = a^2 + b^2$

b) $B = a^3 + b^3$

c) $C = a^4 + b^4$

III. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

VẤN ĐỀ I. Phương pháp đặt nhân tử chung

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $4x^2 - 6x$

b) $9x^4y^3 + 3x^2y^4$

c) $x^3 - 2x^2 + 5x$

d) $3x(x - 1) + 5(x - 1)$

e) $2x^2(x + 1) + 4(x + 1)$

f) $-3x - 6xy + 9xz$

Bài 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $2x^2y - 4xy^2 + 6xy$

b) $4x^3y^2 - 8x^2y^3 + 2x^4y$

c) $9x^2y^3 - 3x^4y^2 - 6x^3y^2 + 18xy^4$

d) $7x^2y^2 - 21xy^2z + 7xyz - 14xy$

e) $a^3x^2y - \frac{5}{2}a^3x^4 + \frac{3}{2}a^4x^2y$

VẤN ĐỀ II. Phương pháp nhóm nhiều hạng tử

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^3 - 2x^2 + 2x - 13$

b) $x^2y + xy + x + 1$

c) $ax + by + ay + bx$

d) $x^2 - (a + b)x + ab$

e) $x^2y + xy^2 - x - y$

f) $ax^2 + ay - bx^2 - by$

Bài 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $ax - 2x - a^2 + 2a$

b) $x^2 + x - ax - a$

c) $2x^2 + 4ax + x + 2a$

d) $2xy - ax + x^2 - 2ay$

e) $x^3 + ax^2 + x + a$

f) $x^2y^2 + y^3 + zx^2 + yz$

Bài 3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - 2x - 4y^2 - 4y$

b) $x^4 + 2x^3 - 4x - 4$

c) $x^3 + 2x^2y - x - 2y$

d) $3x^2 - 3y^2 - 2(x - y)^2$

e) $x^3 - 4x^2 - 9x + 36$

f) $x^2 - y^2 - 2x - 2y$

Bài 4. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $(x - 3)(x - 1) - 3(x - 3)$

b) $(x - 1)(2x + 1) + 3(x - 1)(x + 2)(2x + 1)$

c) $(6x + 3) - (2x - 5)(2x + 1)$

d) $(x - 5)^2 + (x + 5)(x - 5) - (5 - x)(2x + 1)$

e) $(3x - 2)(4x - 3) - (2 - 3x)(x - 1) - 2(3x - 2)(x + 1)$

Bài 5. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $(a - b)(a + 2b) - (b - a)(2a - b) - (a - b)(a + 3b)$

b) $5xy^3 - 2xyz - 15y^2 + 6z$

c) $(x + y)(2x - y) + (2x - y)(3x - y) - (y - 2x)$

d) $ab^3c^2 - a^2b^2c^2 + ab^2c^3 - a^2bc^3$

e) $x^2(y - z) + y^2(z - x) + z^2(x - y)$

VẤN ĐỀ III. Phương pháp dùng hằng đẳng thức

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|-------------------------------------|---------------------------------|---------------------------|
| a) $4x^2 - 12x + 9$ | b) $4x^2 + 4x + 1$ | c) $1 + 12x + 36x^2$ |
| d) $9x^2 - 24xy + 16y^2$ | e) $\frac{x^2}{4} + 2xy + 4y^2$ | f) $-x^2 + 10x - 25$ |
| g) $-16a^4b^6 - 24a^5b^5 - 9a^6b^4$ | h) $25x^2 - 20xy + 4y^2$ | i) $25x^4 - 10x^2y + y^2$ |

Bài 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|---|---|------------------------------------|
| a) $(3x - 1)^2 - 16$ | b) $(5x - 4)^2 - 49x^2$ | c) $(2x + 5)^2 - (x - 9)^2$ |
| d) $(3x + 1)^2 - 4(x - 2)^2$ | e) $9(2x + 3)^2 - 4(x + 1)^2$ | f) $4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$ |
| g) $(ax + by)^2 - (ay + bx)^2$ | h) $(a^2 + b^2 - 5)^2 - 4(ab + 2)^2$ | |
| i) $(4x^2 - 3x - 18)^2 - (4x^2 + 3x)^2$ | k) $9(x + y - 1)^2 - 4(2x + 3y + 1)^2$ | |
| l) $-4x^2 + 12xy - 9y^2 + 25$ | m) $x^2 - 2xy + y^2 - 4m^2 + 4mn - n^2$ | |

Bài 3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|----------------|----------------------------|---------------------|
| a) $8x^3 - 64$ | b) $1 + 8x^6y^3$ | c) $125x^3 + 1$ |
| d) $8x^3 - 27$ | e) $27x^3 + \frac{y^3}{8}$ | f) $125x^3 + 27y^3$ |

Bài 4. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|--|-------------------------------------|-----------------------------|
| a) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ | b) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ | c) $1 - 9x + 27x^2 - 27x^3$ |
| d) $x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{8}$ | e) $27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$ | |

Bài 5. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|------------------------------------|---|---------------------------|
| a) $x^2 - 4x^2y^2 + y^2 + 2xy$ | b) $x^6 - y^6$ | c) $25 - a^2 + 2ab - b^2$ |
| d) $4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$ | e) $(a + b + c)^2 + (a + b - c)^2 - 4c^2$ | |

Bài 6. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|-------------------------------|--|----------------------------------|
| a) $(x^2 - 25)^2 - (x - 5)^2$ | b) $(4x^2 - 25)^2 - 9(2x - 5)^2$ | c) $4(2x - 3)^2 - 9(4x^2 - 9)^2$ |
| d) $a^6 - a^4 + 2a^3 + 2a^2$ | e) $(3x^2 + 3x + 2)^2 - (3x^2 + 3x - 2)^2$ | |

Bài 7. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|--|-------------------------------------|---------------------------------------|
| a) $(xy + 1)^2 - (x + y)^2$ | b) $(x + y)^3 - (x - y)^3$ | c) $3x^4y^2 + 3x^3y^2 + 3xy^2 + 3y^2$ |
| d) $4(x^2 - y^2) - 8(x - ay) - 4(a^2 - 1)$ | e) $(x + y)^3 - 1 - 3xy(x + y - 1)$ | |

Bài 8. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|------------------------------------|--|--------------------------------|
| a) $x^3 - 1 + 5x^2 - 5 + 3x - 3$ | b) $a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1$ | c) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 - y^3$ |
| d) $5x^3 - 3x^2y - 45xy^2 + 27y^3$ | e) $3x^2(a - b + c) + 36xy(a - b + c) + 108y^2(a - b + c)$ | |

VẤN ĐỀ IV. Một số phương pháp khác

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (tách một hạng tử thành nhiều hạng tử)

- | | | |
|--------------------|---------------------|--------------------|
| a) $x^2 - 5x + 6$ | b) $3x^2 + 9x - 30$ | c) $x^2 - 3x + 2$ |
| d) $x^2 - 9x + 18$ | e) $x^2 - 6x + 8$ | f) $x^2 - 5x - 14$ |
| g) $x^2 + 6x + 5$ | h) $x^2 - 7x + 12$ | i) $x^2 - 7x + 10$ |

Bài 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (tách một hạng tử thành nhiều hạng tử)

- | | | |
|----------------------|----------------------|---------------------|
| a) $3x^2 - 5x - 2$ | b) $2x^2 + x - 6$ | c) $7x^2 + 50x + 7$ |
| d) $12x^2 + 7x - 12$ | e) $15x^2 + 7x - 2$ | f) $a^2 - 5a - 14$ |
| g) $2m^2 + 10m + 8$ | h) $4p^2 - 36p + 56$ | i) $2x^2 + 5x + 2$ |

Bài 3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (tách một hạng tử thành nhiều hạng tử)

- | | | |
|--------------------------------|------------------------|--------------------------|
| a) $x^2 + 4xy - 21y^2$ | b) $5x^2 + 6xy + y^2$ | c) $x^2 + 2xy - 15y^2$ |
| d) $(x - y)^2 + 4(x - y) - 12$ | e) $x^2 - 7xy + 10y^2$ | f) $x^2yz + 5xyz - 14yz$ |

Bài 4. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (tách một hạng tử thành nhiều hạng tử)

- | | | |
|---------------------|--------------------|-----------------------|
| a) $a^4 + a^2 + 1$ | b) $a^4 + a^2 - 2$ | c) $x^4 + 4x^2 - 5$ |
| d) $x^3 - 19x - 30$ | e) $x^3 - 7x - 6$ | f) $x^3 - 5x^2 - 14x$ |

Bài 5. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (thêm bớt cùng một hạng tử)

- | | | |
|----------------------|-------------------|--------------------|
| a) $x^4 + 4$ | b) $x^4 + 64$ | c) $x^8 + x^7 + 1$ |
| d) $x^8 + x^4 + 1$ | e) $x^5 + x + 1$ | f) $x^3 + x^2 + 4$ |
| g) $x^4 + 2x^2 - 24$ | h) $x^3 - 2x - 4$ | i) $a^4 + 4b^4$ |

HD: Số hạng cần thêm bớt:

- | | | | | | |
|-----------|----------------|--------------|----------|----------|----------|
| a) $4x^2$ | b) $16x^2$ | c) $x^2 + x$ | d) x^2 | e) x^2 | f) x^2 |
| g) $4x^2$ | h) $2x^2 + 2x$ | i) $4a^2b^2$ | | | |

Bài 6. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (đặt biến phụ)

- | | |
|--|--|
| a) $(x^2 + x)^2 - 14(x^2 + x) + 24$ | b) $(x^2 + x)^2 + 4x^2 + 4x - 12$ |
| c) $x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 4x - 12$ | d) $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) + 1$ |
| e) $(x + 1)(x + 3)(x + 5)(x + 7) + 15$ | f) $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 24$ |

Bài 7. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (đặt biến phụ)

- | | |
|---|--|
| a) $(x^2 + 4x + 8)^2 + 3x(x^2 + 4x + 8) + 2x^2$ | b) $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) - 12$ |
| c) $(x^2 + 8x + 7)(x^2 + 8x + 15) + 15$ | d) $(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 24$ |

VẤN ĐỀ V. Tổng hợp

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|--------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| a) $x^2 + 4x + 3$ | b) $16x - 5x^2 - 3$ | c) $2x^2 \square + 7x + 5$ |
| d) $2x^2 + 3x - 5$ | e) $x^3 - 3x^2 + 1 - 3x$ | f) $x^2 - 4x - 5$ |
| g) $(a^2 + 1)^2 - 4a^2$ | h) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$ | i) $x^4 + x^3 + x + 1$ |
| k) $x^4 - x^3 - x^2 + 1$ | l) $(2x + 1)^2 - (x - 1)^2$ | m) $x^4 + 4x^2 - 5$ |

Bài 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|----------------------------------|---------------------------|--------------------------|
| a) $-x - y^2 + x^2 - y$ | b) $x(x + y) - 5x - 5y$ | c) $x^2 - 5x + 5y - y^2$ |
| d) $5x^3 - 5x^2y - 10x^2 + 10xy$ | e) $27x^3 - 8y^3$ | f) $x^2 - y^2 - x - y$ |
| g) $x^2 - y^2 - 2xy + y^2$ | h) $x^2 - y^2 + 4 - 4x$ | i) $x^6 - y^6$ |
| k) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 27z^3$ | l) $4x^2 + 4x - 9y^2 + 1$ | m) $x^2 - 3x + xy - 3y$ |

Bài 3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | | |
|---------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------|
| a) $5x^2 - 10xy + 5y^2 - 20z^2$ | b) $x^2 - z^2 + y^2 - 2xy$ | c) $a^3 - ay - a^2x + xy$ |
| d) $x^2 - 2xy - 4z^2 + y^2$ | e) $3x^2 - 6xy + 3y^2 - 12z^2$ | f) $x^2 - 6xy - 25z^2 + 9y^2$ |
| g) $x^2 - y^2 + 2yz - z^2$ | h) $x^2 - 2xy + y^2 - xz + yz$ | i) $x^2 - 2xy + tx - 2ty$ |
| k) $2xy + 3z + 6y + xz$ | l) $x^2 + 2xz + 2xy + 4yz$ | m) $(x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3$ |

Bài 4. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- | | |
|--|--|
| a) $x^3 + x^2z + y^2z - xyz + y^3$ | b) $bc(b + c) + ca(c - a) - ab(a + b)$ |
| c) $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)$ | d) $a^6 - a^4 + 2a^3 + 2a^2$ |
| e) $x^9 - x^7 - x^6 - x^5 + x^4 + x^3 + x^2 - 1$ | f) $(x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3$ |
| g) $(a + b + c)^3 - (a + b - c)^3 - (b + c - a)^3 - (c + a - b)^3$ | h) $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ |

Bài 5. Giải các phương trình sau:

- | | |
|---|--|
| a) $(x - 2)^2 - (x - 3)(x + 3) = 6$ | b) $(x + 3)^2 + (4 + x)(4 - x) = 10$ |
| c) $(x + 4)^2 + (1 - x)(1 + x) = 7$ | d) $(x - 4)^2 - (x - 2)(x + 2) = 6$ |
| e) $4(x - 3)^2 - (2x - 1)(2x + 1) = 10$ | f) $25(x + 3)^2 + (1 - 5x)(1 + 5x) = 8$ |
| g) $9(x + 1)^2 - (3x - 2)(3x + 2) = 10$ | h) $-4(x - 1)^2 + (2x - 1)(2x + 1) = -3$ |

Bài 6. Chứng minh rằng:

- $a^2(a + 1) + 2a(a + 1)$ chia hết cho 6 với $a \in \mathbb{Z}$.
- $a(2a - 3) - 2a(a + 1)$ chia hết cho 5 với $a \in \mathbb{Z}$.
- $x^2 + 2x + 2 > 0$ với $x \in \mathbb{Z}$.
- $-x^2 + 4x - 5 < 0$ với $x \in \mathbb{Z}$.

IV. CHIA ĐA THỨC

VẤN ĐỀ I. Chia đa thức cho đơn thức

Bài 1. Thực hiện phép tính:

a) $(-2)^5 : (-2)^3$

b) $(-y)^7 : (-y)^3$

c) $x^{12} : (-x^{10})$

d) $(2x^6) : (2x)^3$

e) $(-3x)^5 : (-3x)^2$

f) $(xy^2)^4 : (xy^2)^2$

Bài 2. Thực hiện phép tính:

a) $(x+2)^9 : (x+2)^6$

b) $(x-y)^4 : (x-2)^3$

c) $(x^2+2x+4)^5 : (x^2+2x+4)$

d) $2(x^2+1)^3 : \frac{1}{3}(x^2+1)$

e) $5(x-y)^5 : \frac{5}{6}(x-y)^2$

Bài 3. Thực hiện phép tính:

a) $6xy^2 : 3y$

b) $6x^2y^3 : 2xy^2$

c) $8x^2y : 2xy$

d) $5x^2y^5 : xy^3$

e) $(-4x^4y^3) : 2x^2y$

f) $xy^3z^4 : (-2xz^3)$

g) $\frac{3}{4}x^3y^3 : \left(-\frac{1}{2}x^2y^2\right)$

h) $9x^2y^4z : 12xy^3$

i) $(2x^3y)(3xy^2) : 2x^3y^2$

k) $\frac{(3a^2b)^3(ab^3)^2}{(a^2b^2)^4}$

l) $\frac{(2xy^2)^3(3x^2y)^2}{(2x^3y^2)^2}$

Bài 4. Thực hiện phép tính:

a) $(2x^3 - x^2 + 5x) : x$

b) $(3x^4 - 2x^3 + x^2) : (-2x)$

c) $(-2x^5 + 3x^2 - 4x^3) : 2x^2$

d) $(x^3 - 2x^2y + 3xy^2) : \left(-\frac{1}{2}x\right)$

e) $[3(x-y)^5 - 2(x-y)^4 + 3(x-y)^2] : 5(x-y)^2$

Bài 5. Thực hiện phép tính:

a) $(3x^5y^2 + 4x^3y^3 - 5x^2y^4) : 2x^2y^2$

b) $\left(\frac{3}{5}a^6x^3 + \frac{3}{7}a^3x^4 - \frac{9}{10}ax^5\right) : \frac{3}{5}ax^3$

c) $(9x^2y^3 - 15x^4y^4) : 3x^2y - (2 - 3x^2y)y^2$

d) $(6x^2 - xy) : x + (2x^3y + 3xy^2) : xy - (2x - 1)x$

e) $(x^2 - xy) : x + (6x^2y^5 - 9x^3y^4 + 15x^4y^2) : \frac{3}{2}x^2y^3$

VẤN ĐỀ II. Chia đa thức cho đa thức

Bài 1. Thực hiện phép tính:

a) $(x^3 - 3x^2) : (x - 3)$

b) $(2x^2 + 2x - 4) : (x + 2)$

c) $(x^4 - x - 14) : (x - 2)$

d) $(x^3 - 3x^2 + x - 3) : (x - 3)$

e) $(x^3 + x^2 - 12) : (x - 2)$

f) $(2x^3 - 5x^2 + 6x - 15) : (2x - 5)$

g) $(-3x^3 + 5x^2 - 9x + 15) : (5 - 3x)$

h) $(-x^2 + 6x^3 - 26x + 21) : (2x - 3)$

Bài 2. Thực hiện phép tính:

a) $(2x^4 - 5x^2 + x^3 - 3 - 3x) : (x^2 - 3)$

b) $(x^5 + x^3 + x^2 + 1) : (x^3 + 1)$

c) $(2x^3 + 5x^2 - 2x + 3) : (2x^2 - x + 1)$

d) $(8x - 8x^3 - 10x^2 + 3x^4 - 5) : (3x^2 - 2x + 1)$

e) $(-x^3 + 2x^4 - 4 - x^2 + 7x) : (x^2 + x - 1)$

Bài 3. Thực hiện phép tính:

a) $(5x^2 + 9xy - 2y^2) : (x + 2y)$

b) $(x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3) : (x^2 + y^2)$

c) $(4x^5 + 3xy^4 - y^5 + 2x^4y - 6x^3y^2) : (2x^3 + y^3 - 2xy^2)$

d) $(2a^3 + 7ab^2 - 7a^2b - 2b^3) : (2a - b)$

Bài 4. Thực hiện phép tính:

a) $(2x + 4y)^2 : (x + 2y) - (9x^3 - 12x^2 - 3x) : (-3x) - 3(x^2 + 3)$

b) $(13x^2y^2 - 5x^4 + 6y^4 - 13x^3y - 13xy^3) : (2y^2 - x^2 - 3xy)$

Bài 5. Tìm a, b để đa thức $f(x)$ chia hết cho đa thức $g(x)$, với:

a) $f(x) = x^4 - 9x^3 + 21x^2 + ax + b$, $g(x) = x^2 - x - 2$

b) $f(x) = x^4 - x^3 + 6x^2 - x + a$, $g(x) = x^2 - x + 5$

c) $f(x) = 3x^3 + 10x^2 - 5 + a$, $g(x) = 3x + 1$

d) $f(x) = x^3 - 3x + a$, $g(x) = (x - 1)^2$

ĐS: a) $a = 1, b = -30$

Bài 6. Thực hiện phép chia $f(x)$ cho $g(x)$ để tìm thương và dư:

a) $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 1$, $g(x) = x^2 + 2x - 1$

b) $f(x) = 2 - 4x + 3x^4 + 7x^2 - 5x^3$, $g(x) = 1 + x^2 - x$

c) $f(x) = 19x^2 - 11x^3 + 9 - 20x + 2x^4$, $g(x) = 1 + x^2 - 4x$

d) $f(x) = 3x^4y - x^5 - 3x^3y^2 + x^2y^3 - x^2y^2 + 2xy^3 - y^4$, $g(x) = x^3 - x^2y + y^2$

VẤN ĐỀ III. Tìm đa thức bằng phương pháp hệ số bất định

Bài 1. Cho biết đa thức $f(x)$ chia hết cho đa thức $g(x)$. Tìm đa thức thương:

a) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 11x - 10$, $g(x) = x - 2$ $ĐS: q(x) = x^2 - 3x + 5$

b) $f(x) = 3x^3 - 7x^2 + 4x - 4$, $g(x) = x - 2$ $ĐS: q(x) = 3x^2 - x + 2$

Bài 2. Phân tích đa thức $P(x) = x^4 - x^3 - 2x - 4$ thành nhân tử, biết rằng một nhân tử có dạng:

$$x^2 + dx + 2.$$

$ĐS: P(x) = (x^2 - x + 2)(x^2 - 2).$

Bài 3. Với giá trị nào của a và b thì đa thức $x^3 + ax^2 + 2x + b$ chia hết cho đa thức $x^2 + x + 1$.

$ĐS: a = 2, b = 1.$

Bài 4. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^3 - x^2 - 14x + 24$

b) $x^3 + 4x^2 + 4x + 3$

c) $x^3 - 7x - 6$

d) $x^3 - 19x - 30$

e) $a^3 - 6a^2 + 11a - 6$

Bài 5. Tìm các giá trị a, b, k để đa thức $f(x)$ chia hết cho đa thức $g(x)$:

a) $f(x) = x^4 - 9x^3 + 21x^2 + x + k$, $g(x) = x^2 - x - 2$. $ĐS: k = -30.$

b) $f(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 + ax + b$, $g(x) = x^2 - 3x + 4$. $ĐS: a = 3, b = -4.$

Bài 6. Tìm tất cả các số tự nhiên k để cho đa thức $f(k) = k^3 + 2k^2 + 15$ chia hết cho nhị thức

$g(k) = k + 3.$

$ĐS: k = 0, k = 3.$

BÀI TẬP ÔN CHƯƠNG I

Bài 1. Thực hiện phép tính:

- a) $(3x^3 - 2x^2 + x + 2) \cdot (5x^2)$ b) $(a^2x^3 - 5x + 3a) \cdot (-2a^3x)$
 c) $(3x^2 + 5x - 2)(2x^2 - 4x + 3)$ d) $(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)(a - b)$

Bài 2. Rút gọn các biểu thức sau:

- a) $(a^2 + a - 1)(a^2 - a + 1)$ b) $(a + 2)(a - 2)(a^2 + 2a + 4)(a^2 - 2a + 4)$
 c) $(2 + 3y)^2 - (2x - 3y)^2 - 12xy$ d) $(x + 1)^3 - (x - 1)^3 - (x^3 - 1) - (x - 1)(x^2 + x + 1)$

Bài 3. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào không phụ thuộc vào x :

- a) $(x - 1)^3 - (x + 1)^3 + 6(x + 1)(x - 1)$ b) $(x + 1)(x^2 - x + 1) - (x - 1)(x^2 + x + 1)$
 c) $(x - 2)^2 - (x - 3)(x - 1)$ d) $(x + 1)(x^2 - x + 1) - (x - 1)(x^2 + x + 1)$
 e) $(x - 1)^3 - (x + 1)^3 + 6(x + 1)(x - 1)$ f) $(x + 3)^2 - (x - 3)^2 - 12x$

Bài 4. Tính giá trị của các biểu thức sau:

- a) $A = a^3 - 3a^2 + 3a + 4$ với $a = 11$ b) $B = 2(x^3 + y^3) - 3(x^2 + y^2)$ với $x + y = 1$

Bài 5. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

- a) $1 + 2xy - x^2 - y^2$ b) $a^2 + b^2 - c^2 - d^2 - 2ab + 2cd$
 c) $a^3b^3 - 1$ d) $x^2(y - z) + y^2(z - x) + z^2(x - y)$
 e) $x^2 - 15x + 36$ f) $x^{12} - 3x^6y^6 + 2y^{12}$
 g) $x^8 - 64x^2$ h) $(x^2 - 8)^2 - 784$

Bài 6. Thực hiện phép chia các đa thức sau: (*đặt phép chia vào bài*)

- a) $(35x^3 + 41x^2 + 13x - 5) : (5x - 2)$ b) $(x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 22x + 15) : (x^2 - 2x + 3)$
 c) $(x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3) : (x^2 + y^2)$ d) $(4x^4 - 14x^3y - 24x^2y^2 - 54y^4) : (x^2 - 3xy - 9y^2)$

Bài 7. Thực hiện phép chia các đa thức sau:

- a) $(3x^4 - 8x^3 - 10x^2 + 8x - 5) : (3x^2 - 2x + 1)$
 b) $(2x^3 - 9x^2 + 19x - 15) : (x^2 - 3x + 5)$
 c) $(15x^4 - x^3 - x^2 + 41x - 70) : (3x^2 - 2x + 7)$
 d) $(6x^5 - 3x^4y + 2x^3y^2 + 4x^2y^3 - 5xy^4 + 2y^5) : (3x^3 - 2xy^2 + y^3)$

Bài 8. Giải các phương trình sau:

- a) $x^3 - 16x = 0$ b) $2x^3 - 50x = 0$ c) $x^3 - 4x^2 - 9x + 36 = 0$
 d) $5x^2 - 4(x^2 - 2x + 1) - 5 = 0$ e) $(x^2 - 9)^2 - (x - 3)^2 = 0$ f) $x^3 - 3x + 2 = 0$
 g) $(2x - 3)(x + 1) + (4x^3 - 6x^2 - 6x) : (-2x) = 18$

Bài 9. Chứng minh rằng:

- a) $a^2 + 2a + b^2 + 1 \geq 0$ với mọi giá trị của a và b .
 b) $x^2 + y^2 + 2xy + 4 > 0$ với mọi giá trị của x và y .
 c) $(x - 3)(x - 5) + 2 > 0$ với mọi giá trị của x .

Bài 10. Tìm giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau:

- a) $x^2 + x + 1$ b) $2 + x - x^2$ c) $x^2 - 4x + 1$
 d) $4x^2 + 4x + 11$ e) $3x^2 - 6x + 1$ f) $x^2 - 2x + y^2 - 4y + 6$
 g) $h(h + 1)(h + 2)(h + 3)$

Ngựa chạy đường dài mới biết ngựa hay