

Bài 1. (2,0 điểm)

a) Cho $x = \frac{\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{6+2\sqrt{5}}-\sqrt{5}}$. Tính giá trị của $P = (12x^2 + 4x - 55)^{2017}$.

b) Cho biểu thức $M = \frac{a+1}{\sqrt{a}} + \frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} + \frac{a^2-a\sqrt{a}+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-a\sqrt{a}}$ với $a > 0, a \neq 1$.

Với những giá trị nào của a thì biểu thức $N = \frac{6}{M}$ nhận giá trị nguyên?

Bài 2. (2,0 điểm)

a) Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - m - 6 = 0$ (m là tham số). Với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm x_1 và x_2 sao cho $|x_1| + |x_2| = 8$?

b) Cho hệ phương trình $\begin{cases} x^3y^2 - 2x^2y - x^2y^2 + 2xy + 3x - 3 = 0 \\ y^2 + x^{2017} = y + 3m \end{cases}$.

Tìm các giá trị của m để hệ phương trình có hai nghiệm phân biệt $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ thỏa mãn điều kiện $(x_1 + y_2)(x_2 + y_1) + 3 = 0$.

Bài 3. (2,0 điểm)

a) Tìm tất cả các số nguyên dương a, b sao cho $a + b^2$ chia hết cho $a^2b - 1$.

b) Cho ba số thực a, b, c dương. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{\frac{a^3}{a^3 + (b+c)^3}} + \sqrt{\frac{b^3}{b^3 + (c+a)^3}} + \sqrt{\frac{c^3}{c^3 + (a+b)^3}} \geq 1.$$

Bài 4. (3,0 điểm)

Cho ba điểm A, B, C cố định nằm trên một đường thẳng d (điểm B nằm giữa điểm A và điểm C). Vẽ đường tròn tâm O thay đổi nhưng luôn đi qua điểm B và điểm C (điểm O không thuộc đường thẳng d). Kẻ AM và AN là các tiếp tuyến với đường tròn tâm O (với M và N là các tiếp điểm). Đường thẳng BC cắt MN tại điểm K . Đường thẳng AO cắt MN tại điểm H và cắt đường tròn tại các điểm P và điểm Q (P nằm giữa A và Q).

a) Chứng minh điểm K cố định khi đường tròn tâm O thay đổi.

b) Gọi D là trung điểm của HQ , từ H kẻ đường thẳng vuông góc với MD cắt đường thẳng MP tại E . Chứng minh P là trung điểm của ME .

Bài 5. (1,0 điểm)

Cho tập hợp A gồm 21 phân tử là các số nguyên khác nhau thỏa mãn tổng của 11 phân tử bất kỳ lớn hơn tổng của 10 phân tử còn lại. Biết các số 101 và 102 thuộc tập hợp A . Tìm tất cả các phân tử của tập hợp A .

-----Hết-----

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: