SƠ LƯỢC BÀI GIẢI

Câu 1: (tự xử)

Câu 2: ***(2,0 điểm)***

1) $\begin{cases} x^2+2y^2=3 \\ 3x-y^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+2(3x-2)=3 \\ y^2=3x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+6x-7=0 \\ y^2=3x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x+7)=0 \\ y^2=3x-2 \end{cases}$

$$\begin{cases} (x-1)(x+7)=0 \\ y^2=3x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x-1=0 \\ y^2=3x-2 \end{cases} \\ \begin{cases} x+7=0 \\ y^2=3x-2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=1 \\ y^2=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-7 \\ y^2=-23\,(vo\ ly) \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases} \end{array}\right.$$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm $(x;y)=(1;1),(1;-1)$

2) Gọi x, y (cm) lần lượt là chiều dài, chiều rộng hình chữ nhật lúc đầu ($x \ge y > 2$)

Khi đó: Diện tích hình chữ nhật sau khi tăng hai kích thước là $(x+4)(y+4)\left(cm^2\right)$

Diện tích hình chữ nhật sau khi tăng chiều dài, giảm chiều rộng $(x+5)(y-2)\left(cm^2\right)$

Theo đề ta có hệ PT: $\begin{cases} (x+4)(y+4)-xy=80 \\ (x+5)(y-2)-xy=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=16 \\ -2x+5y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=6 \end{cases}$ (TMĐK)

Vậy chiều dài, chiều rộng hình chữ nhật lần lượt là 10 cm, 6 cm

Câu 3: ***(2,0 điểm)***

1) PT có hai nghiệm $x_1,x_2 \Leftrightarrow (m+2)^2-(6m+2)\ge 0 \Leftrightarrow (m-1)^2+1\ge 0$ (đúng với mọi m)

Theo vi ét, ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2(m+2)\ (a) \\ x_1x_2=6m+2 \qquad (b) \end{cases}$. Theo giả thiết, giả sử: $x_1=2x_2\ (c)$

Từ a), c) ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2(m+2) \\ x_1=2x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=2x_2 \\ 3x_2=2(m+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=\dfrac{4(m+2)}{3} \\ x_2=\dfrac{2(m+2)}{3} \end{cases}$

Thay $x_1=\dfrac{4(m+2)}{3}, x_2=\dfrac{2(m+2)}{3}$ vào b) ta được:

$$\frac{4(m+2)}{3}\cdot\frac{2(m+2)}{3}=6m+2 \Leftrightarrow 4m^2-11m+7=0 \Leftrightarrow (m-1)(4m-7)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\dfrac{7}{4} \end{array}\right.$$

Vậy $m=1$ hoặc $m=\dfrac{7}{4}$

2) Tọa độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm của hệ $\begin{cases} y=(m+2)x \\ y=x+m^2+2 \end{cases}$

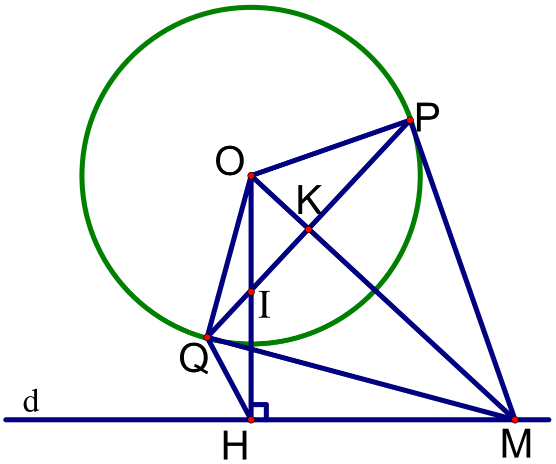
$$\Leftrightarrow \begin{cases}(m+2)x = x + m^2 + 2 \\ y = (m+2)x\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(m+1)x = m^2 + 2 \\ y = (m+2)x\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{m^2+2}{m+1} = m - 1 + \dfrac{3}{m+1} \\ y = (m+2)\cdot\dfrac{m^2+2}{m+1}\end{cases} (do\ m \neq -1)$$

Do đó $x \in Z\ (m \in Z) \Leftrightarrow m+1 \in$ Ư$(3) = \{\pm1; \pm3\} \Rightarrow m \in \{0; -2; 2; -4\}$

+) $m = 0 \Rightarrow y = 4 \in Z; m = -2 \Rightarrow y = 0 \in Z; m = 2 \Rightarrow y = 8 \in Z; m = -4 \Rightarrow y = 12 \in Z$

Vậy $m \in \{0; -2; 2; -4\}$ thì giao điểm của đồ thị hai hàm số $\mathrm{y = (m+2)x}$ và $\mathrm{y = x + m^2 + 2}$ có tọa độ là các số nguyên.

Câu 4: ***(3,5 điểm)***



1) Chứng minh rằng tứ giác OMHQ nội tiếp.

$\widehat{OHM} = 90^0\ (OH \perp d); \widehat{OQM} = 90^0$ (MQ là tiếp tuyến của (O) tại Q)

Vậy tứ giác OMHQ nội tiếp (đpcm)

2) Chứng minh rằng $\widehat{\mathrm{OMH}} = \widehat{\mathrm{OIP}}$.

OP = OQ (=R); MP = MQ (MP, MQ là hai tiếp tuyến của (O)) $\Rightarrow$ OM là trung trực PQ

$\Rightarrow$ OM $\perp$ PQ $\Rightarrow \widehat{OKI} = 90^0$

Do đó: $\widehat{OIP} + \widehat{HOM} = 90^0\ \left(\Delta OIK, \widehat{OKI} = 90^0\right)$;

$$\widehat{OMH} + \widehat{HOM} = 90^0\ \left(\Delta OHM, \widehat{OHM} = 90^0\right) \Rightarrow \widehat{OMH} = \widehat{OIP}$$

3) Khi điểm M di chuyển trên đường thẳng d thì điểm I luôn cố định.

Xét ΔOIK và ΔOMH có: $\widehat{OIK} = \widehat{OMH}\ (cmt), \widehat{OKI} = \widehat{OHM} = 90^0$

vậy ΔOIK ∽ ΔOMH (g-g) $\Rightarrow \dfrac{OI}{OM} = \dfrac{OK}{OH} \Rightarrow OI.OH = OK.OM\ (a)$

Xét ΔOPM có: $\widehat{OPM} = 90^0, PK \perp OM \Rightarrow OK.OM = OP^2 = R^2\ (b)$

từ a), b) $OI.OH = R^2$ (không đổi) mà O, d cố định nên OH không đổi $\Rightarrow$ OI không đổi $\Rightarrow$ I cố định (do I thuộc đường thẳng OH cố định)

4) Biết $\mathrm{OH} = \mathrm{R}\sqrt{2}$, tính IP.IQ.

Ta có $OI.OH = R^2\ (cmt) \Rightarrow OI = \dfrac{R^2}{OH} = \dfrac{R^2}{R\sqrt{2}} = \dfrac{R}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow IH = OH - OI = R\sqrt{2} - \dfrac{R}{\sqrt{2}} = \dfrac{R}{\sqrt{2}}$

Ta có $\widehat{OHM} = \widehat{OQM} = \widehat{OPM} = 90^0$ (theo trên và MP là tiếp tuyến của (O))

$\Rightarrow$ M, P, O, Q, H cùng thuộc đường tròn đường kính OM

Xét ΔOIP và ΔQIH có: $\widehat{OIP} = \widehat{QIH}$ (đđ); $\widehat{OPI} = \widehat{QHI}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{OQ}$)

vậy ΔOIP ∽ ΔQIH (g-g) $\Rightarrow \dfrac{IP}{IO} = \dfrac{IH}{IQ} \Rightarrow IP.IQ = IO.IH = \dfrac{R}{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{R}{\sqrt{2}} = \dfrac{R^2}{2}$

<u>Câu 5</u>: ***(1,0 điểm)***

Ta có $(x+y)^2 \geq 4xy = 4 \Rightarrow x + y \geq 2$ (vì $x + y > 0$)

Đặt $t = x + y \geq 2$.

Ta có: $M = x^2 + y^2 + \dfrac{3}{x+y+1} = (x+y)^2 + \dfrac{3}{x+y+1} - 2xy = t^2 + \dfrac{3}{t+1} - 2 = \dfrac{t^3 + t^2 - 2t + 1}{t+1}$

$M - 3 = \dfrac{t^3 + t^2 - 2t + 1}{t+1} - 3 = \dfrac{t^3 + t^2 - 5t - 2}{t+1} = \dfrac{(t-2)(t^2 + 3t + 1)}{t+1} \geq 0$ (vì $t \geq 2$)

$M \geq 3$. Đẳng thức xảy ra $\begin{cases} x + y = 2 \\ xy = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 1$. Vậy minM = 3 $\Leftrightarrow x = y = 1$