HƯỚNG DẪN

Câu I: *(2,0 điểm)*

1.

a) Thay n = 0 Cho phương trình: $nx^2 + x - 2 = 0$ ta có: x-2 = 0 $\Leftrightarrow$ x = 2

Vậy với n = 0 thì phương trình có nghiệm x = 2

b) Thay n = 1 Cho phương trình: $x^2 + x - 2 = 0$ phương trình bậc hai ẩn x có dạng a+ b + c = 0 nên phương trình có 1 nghiệm x_1= 1 áp dụng hệ thức viét ta có x_2 =-2;

Vậy với n = 1 thì phương trình có 2 nghiệm x_1= 1 và x_2 =-2

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ x + 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 16 \\ x + 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$

Câu II: *(2,0 điểm)*, với $y > 0, y \neq 4, y \neq 9$.

1. Rút gọn biểu thức $A = \left(\dfrac{4\sqrt{y}}{2+\sqrt{y}} + \dfrac{8y}{4-y} \right) : \left(\dfrac{\sqrt{y}-1}{y-2\sqrt{y}} - \dfrac{2}{\sqrt{y}} \right)$

A= $\dfrac{4\sqrt{y}.(2-\sqrt{y})+8y}{(2+\sqrt{y})(2-\sqrt{y})} : \dfrac{\sqrt{y}-1-2(\sqrt{y}-2)}{\sqrt{y}.(\sqrt{y}-2)} = \dfrac{8\sqrt{y}-4y.+8y}{(2+\sqrt{y})(2-\sqrt{y})} : \dfrac{\sqrt{y}-1-2\sqrt{y}+4}{\sqrt{y}.(\sqrt{y}-2)}$

A= $\dfrac{8\sqrt{y}.+4y}{(2+\sqrt{y})(2-\sqrt{y})} : \dfrac{-\sqrt{y}+3}{\sqrt{y}.(\sqrt{y}-2)} = \dfrac{4\sqrt{y}(2+\sqrt{y})}{(2+\sqrt{y})(2-\sqrt{y})} . \dfrac{\sqrt{y}.(\sqrt{y}-2)}{3-\sqrt{y}} = \dfrac{-4y}{3-\sqrt{y}}$

2. Thay $A = -2$ vào ta có $\dfrac{-4y}{3-\sqrt{y}}$ =-2 $\Leftrightarrow$ 4y=- 6 + 2 $\sqrt{y}$ $\Leftrightarrow$ 4y + 2 $\sqrt{y}$ - 6 = 0

Đặt t = $\sqrt{y}$ $\geq$ 0 nên t^2 = y $\Leftrightarrow$ $4t^2 + 2t - 6 = 0$ $\Leftrightarrow$ $2t^2 + t - 3 = 0$

có dạng a+ b + c = 0 nên phương trình có 1 nghiệm t_1= 1 (Thỏa mãn) áp dụng hệ thức vi ét ta có t_2 =-$\dfrac{3}{2}$<0 loại.Với t = 1 nên y =1

Câu III: *(2,0điểm).*

1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = 2x - n + 3$ đường thẳng (d) đi qua điểm A(2;0). thay x = 2 và y = 0 vào ta có 0 = 4 – n + 3 $\Rightarrow$n = 7

Vậy với n = 7 thì đường thẳng (d) đi qua điểm A(2;0).

2) phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: x^2 = 2x –n +3

Hay x^2 - 2x + n – 3 = 0; Δ'= 1- n + 3 = 4 – n. Để phương trình có 2 nghiệm (hay đường thẳng và parabol cắt nhau tại hai điểm) khi Δ'> 0; 4 – n >0 $\Rightarrow$ n < 4

theo hệ thức vi ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1.x_2 = n-3 \end{cases}$ mà $x_1^2 - 2x_2 + x_1x_2 = 16$

$$x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - x_1x_2 - 2x_2 - x_2^2 = 16$$

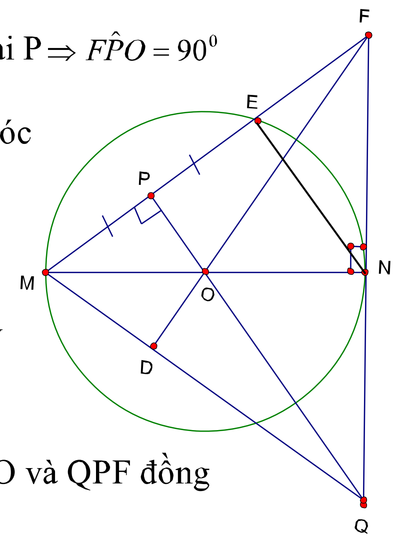
$\Rightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_2(x_1 + 2 + x_2) = 16 \Rightarrow$ 4 – x_2 (2+2) =16 $\Rightarrow$4.x_2 = -12 $\Rightarrow$$x_2$ = -3$\Rightarrow$$x_1$ = 5

mặt khác x_1x_2= n-3 Thay vào ta có -15 = n – 3 $\Rightarrow$n = -12< 4 Thỏa mãn

Vậy với n = -12 Thì đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1^2 - 2x_2 + x_1x_2 = 16$.

Câu IV: *(3,0 điểm)*

1) Chứng minh ONFP là tứ giác nội tiếp



Vì P là trung điểm của ME nên OP $\perp$ME hay QP $\perp$MF tại P$\Rightarrow \widehat{FPO}=90^0$
mặt khác d là tiếp tuyến của (O) tại N nên MN$\perp$FQ tại N
$\Rightarrow \widehat{FNO}=90^0$ Nên $\widehat{FPO}+\widehat{FNO}=90^0$ vì $\widehat{FPO}$ và $\widehat{FNO}$ là hai góc dối của tứ giác ONFP nên tứ giác ONFP nội tiếp

2) Xét ΔMFQ ta có QP$\perp$MF $\Rightarrow$QP là đường cao
MN $\perp$FQ $\Rightarrow$MN là đường cao vì MN cắt QP tại O nên O là trực tâm của ΔMFQ $\Rightarrow$ OF chứa đường cao ΔMFQ suy ra $OF \perp MQ$

Xét 2 tam giác vuông MPO và QPF có $\widehat{MPO}=\widehat{QPF}=90^0$
$\widehat{PMO}=\widehat{PQF}$ (Cùng phụ với $\widehat{PFN}$) $\Rightarrow$2 tam giác vuông MPO và QPF đồng dạng $\Rightarrow \dfrac{PO}{PF}=\dfrac{MP}{PQ} \Rightarrow PO.PQ=MP.PF$

3. Xác định vị trí điểm E trên cung MN để tổng $MF+2ME$ đạt giá trị nhỏ nhất
Xét 2 tam giác vuông MPO và QNF có $\widehat{MPO}=\widehat{MNF}=90^0$; $\hat{M}$ chung
Nên 2 tam giác vuông MPO và MNF dồng dạng (g-g) $\Rightarrow \dfrac{MP}{MN}=\dfrac{MO}{MF}$
$\Rightarrow$ MP.MF =MO.MN$\Rightarrow$4MP.MF = 4.MO.MN$\Rightarrow$(4MP).MF = 4.MO.MN
$\Rightarrow$2ME.MF=4.MO.MN = 4.R.2R = $8R^2$
Như vậy tích 2ME và MF không đổi là $8R^2$
mà $(MF+2ME)^2 \geq$ 4MF.2ME (với a.b>0 ta luôn có $(a+b)^2\geq 4a.b$)
nên $(MF+2ME)^2 \geq$ 4MF.2ME = 4 (MF.2ME) = 4. $8R^2$= $32.R^2$
$\Rightarrow$MF+2ME $\geq \sqrt{32R^2}=4R\sqrt{2}$
Dấu "=" xảy ra khi 2ME = MF khi đó E là trung điểm của MF mà NE$\perp$MF nên tam giác MNF vuông cân suy ra E là điểm chính giữa cung MN

Câu V: Nếu với mọi x;y;z;t > 0 ta có: (x + y + x + t)$\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{t}\right)\geq 16$ từ đó ta có

$$\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{t}\right)\geq\frac{16}{x+y+z+t}\Rightarrow\frac{1}{16}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{t}\right)\geq\frac{1}{x+y+z+t}$$

Thật vậy Ta xét

$$(x+y+z+t)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{t}\right)=\frac{x}{x}+\frac{x}{y}+\frac{x}{z}+\frac{x}{t}+\frac{y}{x}+\frac{y}{y}+\frac{y}{z}+\frac{y}{t}+\frac{z}{x}+\frac{z}{y}+\frac{z}{z}+\frac{z}{t}+$$

$$+\frac{t}{x}+\frac{t}{y}+\frac{t}{z}+\frac{t}{t}=4+\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)+\left(\frac{x}{z}+\frac{z}{x}\right)+\left(\frac{x}{t}+\frac{t}{x}\right)+\left(\frac{y}{z}+\frac{z}{y}\right)+\left(\frac{y}{t}+\frac{t}{y}\right)+\left(\frac{t}{z}+\frac{z}{t}\right)$$

mà tổng nghịch đảo của dôi một không bé hơn 2 (áp dụng co si) dấu = khi x= y = z = t

$$(x+y+z+t)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{t}\right)\geq 4+2+2+2+2+2+2=16$$

$$\Rightarrow(x+y+z+t)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{t}\right)\geq 16 \text{ vì } x;y;z;t>0 \Rightarrow\frac{1}{16}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{t}\right)\geq\frac{1}{x+y+z+t}$$

Dấu "=" xảy ra khi x = y = z = t áp dụng vào bài toán ta có:

http://violet.vn/nguyenthienhuongvp77

$$P=\frac{1}{2a+3b+3c}+\frac{1}{3a+2b+3c}+\frac{1}{3a+3b+2c}$$
$$=\frac{1}{b+c+b+c+b+a+c+a}+\frac{1}{a+c+a+c+a+b+b+c}+\frac{1}{a+b+a+b+a+c+b+c}$$
$$\le\frac{1}{16}\left(\frac{1}{b+c}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{b+a}+\frac{1}{c+a}\right)+\frac{1}{16}\left(\frac{1}{a+c}+\frac{1}{a+c}+\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}\right)$$
$$+\frac{1}{16}\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+c}\right)$$
$$=\frac{1}{16}\left(\frac{4}{b+c}+\frac{4}{a+b}+\frac{4}{c+a}\right)$$
$$=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+b}+\frac{1}{c+a}\right)=\frac{2017}{4}.$$

Dấu "=" xảy ra

$\Leftrightarrow a=b=c=\frac{3}{4034}$.

Vậy $MaxP=\frac{2017}{4}\Leftrightarrow a=b=c=\frac{3}{4034}$

Ngày 10 tháng 7 năm 2017
Nguyễn Văn Thủy
Sầm Sơn Thanh Hóa

Hướng dẫn (Nguyễn Văn Bằng-Trường THCS Bắc Sơn)

Dùng bất đẳng thức Cauchy chứng minh: với các số dương x;y;z;t

$(x+y+z+t)(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{t})\ge 16\Rightarrow\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{t}\le\frac{16}{x+y+z+t}$

Dấu "=" xảy ra khi x=y=z=t áp dụng vào bài toán ta có:

$\frac{1}{2a+3b+3c}=\frac{1}{16}.\frac{16}{(a+b)+(a+c)+(b+c)+(b+c)}\le\frac{1}{16}(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+c}+\frac{2}{b+c})$

Từ đó tìm được Max P=504,25 dấu "=" xảy ra khi a=b=c=$\frac{3}{4034}$

http://violet.vn/nguyenthienhuongvp77 tài nguyên giáo dục...