

**Đáp án:**

**Câu 1:**

a)  $A = (1 - \sqrt{7}) \frac{(1 + \sqrt{7})\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} = \frac{(1 - \sqrt{7})(1 + \sqrt{7})}{2} = \frac{1 - 7}{2} = -3$

b) ĐKXD:  $x > 0, x \neq 1$

Rút gọn:  $P = \frac{1 + \sqrt{x} - 1 + \sqrt{x}}{(1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x})} \cdot \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x}}{(1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x})} \cdot \frac{-(1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x})}{\sqrt{x}} = -2$

**Câu 2:**

a)  $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 4x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 3 \\ 4x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -1 - 4 \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -3 \end{cases}$

b)  $2x^2 - 5x + 2 = 0$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9$

$x_1 = \frac{5 + \sqrt{9}}{4} = 2$

$x_2 = \frac{5 - \sqrt{9}}{4} = \frac{1}{2}$

c) Phương trình hoành độ của (d) và (P):

$x^2 = 2x + m - 6$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - m + 6 = 0$  (\*)

Đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có các hoành độ dương

Khi phương trình (\*) có 2 nghiệm dương

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + m - 6 > 0 \\ -m + 6 > 0 \\ 2 > 0 \text{ (đúng)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 \\ m < 6 \end{cases}$

Vậy  $5 < m < 6$

**Câu 3:**

Gọi Chiều dài mảnh vườn là x (m)

Chiều rộng mảnh vườn là y (m)

ĐK:  $x > 2, y > 0$

Hệ pt:  $\begin{cases} x - y = 15 \\ (x - 2)(y + 3) = xy + 44 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y = 15 \\ 3x - 2y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 5 \end{cases} (T/m)$

Vậy diện tích mảnh vườn là  $20 \cdot 5 = 100 \text{m}^2$ .

**Câu 4:**

a) Theo tính chất tiếp tuyến:  $\widehat{MAO} = 90^\circ, \widehat{MBO} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 180^\circ$

$\Rightarrow$  Tứ giác MAOB nội tiếp

b)  $AC // ME$  (gt)  $= \widehat{EMD} = \widehat{ACD}$  (So le trong)

mà  $\widehat{MAE} = \widehat{ACD}$  (chấn cung AD)

$$\Rightarrow \widehat{EMD} = \widehat{MAE}$$

$$\Rightarrow \triangle EMD \sim \triangle EAM \text{ (g.g)} \Rightarrow EM^2 = ED \cdot EA$$

$$\text{Lại có: } \triangle EBD \sim \triangle EAB \text{ (g.g)} \Rightarrow EB^2 = ED \cdot EA$$

$$\Rightarrow EM = EB$$

c) Giả sử  $BD \perp MA$  tại F

K là giao điểm của MC và AB

Xét  $\triangle ABF$  và  $\triangle BMK$  có

$$\widehat{BAF} = \widehat{MBK} \text{ (vì Tam giác ABM cân tại M)}$$

$$\widehat{ABF} = \widehat{BMK} (= \widehat{ACD})$$

$$\Rightarrow \triangle ABF \sim \triangle BMK \text{ (g.g)} \Rightarrow \widehat{BKM} = \widehat{AFB} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow MK \perp AB \Rightarrow D \text{ là trực tâm của tam giác MAB}$$

$$\Rightarrow AE \perp MB$$

Mà E là trung điểm của MB

$$\Rightarrow \text{Tam giác MAB cân tại A}$$

Mặt khác: Tam giác MAB cân tại M

$$\Rightarrow \text{Tam giác MAB là tam giác đều} \Rightarrow \widehat{AMO} = 30^\circ$$

$$\Rightarrow MO = \frac{AO}{\sin 30^\circ} = 2R$$

Vậy để  $BD \perp MA$  thì  $OM = 2R$

Câu 5:

$$\text{Giải phương trình: } x - \frac{2\sqrt{2}x}{\sqrt{1-x^2}} = 1$$

Giải:

Nhận thấy  $x \leq 0$  phương trình đã cho vô nghiệm

Với  $x > 0$ . Bình phương hai vế của PT đã cho ta được:

$$x^2 - \frac{8x^2}{1+x^2} + \frac{4\sqrt{2}x^2}{\sqrt{1+x^2}} = 1 \quad (*)$$

$$\text{Đặt } a = \sqrt{1+x^2} \text{ (} a > 0 \text{) suy ra: } x^2 = a^2 - 1$$

$$\text{Khi đó Pt (*) trở thành: } a^4 - 4\sqrt{2}a^2 - 6a^2 - 4\sqrt{2}a - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow (a^2 - 2\sqrt{2}a - 4)^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow (a^2 + 2\sqrt{2}a - 4)(a^2 - 2\sqrt{2}a - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 2\sqrt{2}a - 4 = 0 \text{ (vì } a > 0 \text{)}$$

$$\Leftrightarrow a = -\sqrt{2} + \sqrt{6} \text{ (t.m) hoặc } a = -\sqrt{2} - \sqrt{6} \text{ (loại)}$$

$$\text{Với } a = -\sqrt{2} + \sqrt{6} \text{ thì } \sqrt{1+x^2} = \sqrt{6} - \sqrt{2} \Leftrightarrow x = 2 - \sqrt{3} \text{ (vì } x > 0 \text{)}$$

